

VŠB - Technická univerzita Ostrava

Fakulta strojní

Katedra Pružnosti a pevnosti

Výpočet čtyřetážové důlní klece

Calculation four storey cage mining

Student:

Jan Pravec

Vedoucí bakalářské práce:

Ing. Martin Fusek, Ph.D.

Ostrava 2013

Zadání bakalářské práce

Student: **Jan Pravec**
Studijní program: B2341 Strojírenství
Studijní obor: 3901R003 Aplikovaná mechanika
Téma: **Výpočet čtyřetážové důlní klece**
Calculation Four Storey Cage Mining

Zásady pro vypracování:

1. Rozpracujte teorii řešení pro těžní klec.
2. Proveďte potřebné analytické výpočty.
3. Proveďte numerickou simulaci pomocí metody konečných prvků.
4. Získané výsledky porovnejte.

Seznam doporučené odborné literatury:

- [1] Lenert, J.: Pružnost a pevnost II, VŠB – Technická univerzita, Ostrava, 1998.
- [2] Němec, J., Dvořák, J., Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství, Technický průvodce 69, SNTL, Brno, 1989.
- [3] Bittnar, Z., Šejnoha, J.: Numerické metody mechaniky 1, Vydavatelství CVUT, Praha, 1992.
- [4] Lenert, J.: Úvod do metody konečných prvků, VŠB – TU Ostrava, 1999, ISBN 80 – 7078 – 686 – 8
- [5] Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L.: The Finite Element Method (Volume 1 - 3), Butterworth-Heinemann, Oxford 2000, ISBN 0-7506-5049-4
- [6] Macura, P.: Experimentální metody v pružnosti a plasticitě, VŠB – TU Ostrava, 2001, ISBN 80-7078-934-4

Formální náležitosti a rozsah bakalářské práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

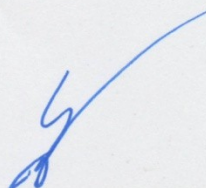
Vedoucí bakalářské práce: **Ing. Martin Fusek, Ph.D.**

Datum zadání: 14. 12. 2012

Datum odevzdání: 20. 5. 2012



doc. Ing. Radim Halama, Ph.D.
vedoucí katedry

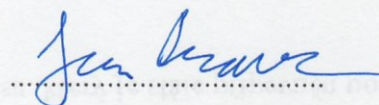


doc. Ing. Ivo Hlavatý, Ph.D.
děkan fakulty

Místopřísežné prohlášení studenta

Prohlašuji, že jsem celou bakalářskou práci včetně příloh vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě 20.5.2013



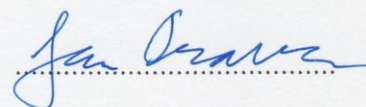
podpis studenta

Bakalářská práce

Prohlašuji, že

- jsem byla seznámena s tím, že na moji bakalářskou práci se plně vztahuje zákon č. 121/2000 Sb., autorský zákon, zejména § 35 – užití díla v rámci občanských a náboženských obřadů, v rámci školních představení a užití díla školního a § 60 – školní dílo.
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo nevýdělečně ke své vnitřní potřebě bakalářskou práci užít (§ 35 odst. 3).
- souhlasím s tím, že bakalářská práce bude v elektronické podobě uložena v Ústřední knihovně VŠB-TUO k nahlédnutí a jeden výtisk bude uložen u vedoucího diplomové (bakalářské) práce. Souhlasím s tím, že údaje o kvalifikační práci budou zveřejněny v informačním systému VŠB-TUO.
- bylo sjednáno, že s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu § 12 odst. 4 autorského zákona.
- bylo sjednáno, že užít své dílo – bakalářskou práci nebo poskytnout licenci k jejímu využití mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše).
- beru na vědomí, že odevzdáním své práce souhlasím se zveřejněním své práce podle zákona č. 111/1998 Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů, bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě : 20.5.2013



podpis studenta

Jméno a příjmení autora práce:

Jan Pravec

Adresa trvalého pobytu autora práce:

Kunčičky u Bašky 428, Baška 73901

ANOTACE BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

PRAVEC, J. Výpočet čtyřetážové důlní klece : bakalářská práce. Ostrava : VŠB - Technická univerzita Ostrava, Fakulta strojní, Katedra pružnosti a pevnosti, 2013 79s. Vedoucí práce: Fusek, M.

V této bakalářské práci byla pevnostně kontrolována čtyř etážová důlní klec, která se ve skutečnosti používá. Zadaný počítačový model byl kontrolován dvěma metodami. První z těchto metod byla analytická, která celou důlní klec kontrolovala jako rámovou konstrukci. Druhou metodou kontroly byla metoda numerická. Tato metoda kontrolovala klec pomocí metody MKP (metoda konečných prvků). Pro přípravu numerického modelu byl použit software MSC Patran a pro samotné řešení MSC Nastran. V závěru byly obě tyto metody vzájemně porovnány a posouzeny rozdíly v jejich výsledcích a dodatečně navrhována úprava v rámové konstrukci.

ANNOTATION OF BACHELOR THESIS

PRAVEC, J. Calculation four storey cage mining : Bachelor Thesis. Ostrava : VŠB - Technical University of Ostrava, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics of Materials, 2013 79s. Thesis head: Fusek, M.

The bachelor thesis deals with the stress analysis of a four onfloor mining cage, which is being used in a regular service. The computer model was tested by two methods – analytically and numerically. The first method, the analytical one, checked the entire structure as a frame construction. The second method examined the construction by FEM analysis (finite element method). The numerical model was prepared in MSC Patran software and the solution executed in MSC Nastran software. The conclusion includes a comparison of both these methods, their differences, and upon this result an additional modification was designed.

Obsah

Seznam použitých značek a symbolů	8
0 Úvod	9
1 Teorie	9
1.1 Castiglianova věta	9
1.2 Plošný moment setrvačnosti	11
1.3 Steinerova věta	11
1.4 Prostý ohyb	12
2 Rozbor zadání	13
3 Analytický výpočet	13
3.1 Kontrolní výpočet čtvrté etáže	14
3.1.1 Plošné momenty setrvačnosti nosníků čtvrté etáže	15
3.1.2 Výpočet reakcí a průběhů ohybových momentů ve čtvrté etáži	17
3.2 Kontrolní výpočet třetí etáže	24
3.2.1 Plošné momenty setrvačnosti nosníků třetí etáže	25
3.2.2 Výpočet reakcí a průběhů ohybových momentů ve třetí etáži	27
3.3 Kontrolní výpočet svislých nosných prutů na třetí a čtvrté etáži	31
3.3.1 Výpočet ploch průřezů obou nosných prutů	33
3.4 Kontrolní výpočet druhé etáže	34
3.4.1 Plošné momenty setrvačnosti nosníků druhé etáže:	35
3.4.2 Výpočet reakcí a průběhů ohybových momentů ve druhé etáži	38
3.5 Kontrolní výpočet první etáže	47

3.5.1	Plošné momenty setrvačnosti nosníků první etáže	48
3.5.2	Výpočet reakcí a průběhů ohybových momentů v první etáži	50
3.6	Kontrolní výpočet svislých nosných pruty na první a druhé etáži	60
3.6.1	Výpočet reakcí první a druhé etáže vůči svislým nosným prvkům	60
3.6.2	Výpočet napětí v nosných svislých prutech první a druhé etáže:	63
3.7	Kontrolní výpočet nulté etáže	64
3.7.1	Kontrolní výpočet hlavního nosního prvku	65
3.7.2	Výpočet reakcí průběhů ohybových momentů v nulté etáži	65
4	Numerický výpočet	69
4.1	Sít'	70
4.2	Okrajové podmínky	71
4.2.1	Kinematické	71
4.2.2	Silové	73
4.3	Výsledky	74
4.3.1	Posuvy na globálním modelu	74
4.3.2	Napětí nad jednotlivými částmi klece	75
5	Srovnání výsledků obou metod	79
6	Závěr	80

Seznam použitých značek a symbolů

E	je modul pružnosti v tahu	[MPa]
F_1, F_2, F_3, F_4, F_5	reakce v přímých nosnících nahrazujíc podpěrné	[N]
F_{G34}	Síla nahrazující hmotnost dolních dvou etáží	[N]
F_k	Síla, kterou působí jedno kolo vozíku na nosník	[N]
I, I_1, I_2, I_3	je plošný moment setrvačnosti daného nosníku	[mm ⁴]
$Ma, M, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5$	vzdálenost od neutrální osy	[Nm]
$M_i(x_i)$	jsou dílčí rovnice průběhů ohybových momentů	[Nm][Nmm]
M_o	ohybový moment	[Nm]
M_{max}	maximální ohybový moment	[Nm]
$N, N_1, N_2, N_3, N_4, N_5$	číslování nosníků	[-]
L_1, L_2, L_3, L_4	celkové délky nosníků v jednotlivých patrech	[mm]
R_1, R_2, R_a, R_b	síla působící v prutech	[N]
R_{aa}, R_{bb}	síly působící na hlavní nosník první etáže	[N]
$R_{ay1}, R_{ay2}, R_{ay3}, R_{ay4}, R_{ay5}$	reakce v podpěrných nosnících	[N]
R_e	mez kluzu	[MPa]
R_m	mez pevnosti	[MPa]
R_x	reakce v ose x	[N]
S_1, S_2	plochy průřezů svislých nosníků	[mm ²]
$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$	proměnné průběhů ohybových momentů	[mm]
a_i, b_i	jsou meze platností průběhů ohybových momentů	[mm]
g	gravitační zrychlení	[m. s ⁻²]
k, k_1, k_2, k_3	bezpečnost	[-]
$m_{ob}, m_0, m_1, m_2, m_3, m_4$	Vlastní hmotnost jednotlivých částí klece	[kg]
m_s	vlastní hmotnost klece	[kg]
m_v	hmotnost vodícího zařízení	[kg]
m_z	hmotnost závěsu	[kg]
w, w_1, w_2, w_3	průhyb nosníku	[mm]
y, y_1, y_2, y_3	vzdálenost od neutrální osy	[mm]
$y_t, y_{t1}, y_{t2}, y_{t3}$	vzdálenost od neutrální osy	[mm]
y', y''	vzdálenosti obou krajních vláken od neutrální osy	[mm]
$q, q_{ob}, q_0, q_1, q_2, q_3, q_4$	spojité zatížení nahrazující vlastní hmotnost	[N/mm]
α	koeficient navyšující hodnotu spojitého zatížení	[-]

φ, φ_A	úhel natočení nosníku	[°]
μ	Poissonovo číslo	[-]
σ_o	ohybové napětí	[MPa]
$\sigma_{o\max}$	maximální ohybové napětí	[MPa]
ρ	hustota	[kg.m ⁻³]
$\sigma_{t1}, \sigma_{t2}, \sigma_{tA}, \sigma_{tB}$	napětí ve svislých nosnících	[MPa]

0 Úvod

Tato bakalářská práce je na téma kontrolní výpočet pevnosti zadané čtyřetážové důlní klece při provozním zatížení osmi důlními vozíky plných uhlí. Výpočty se budou konkrétně zabývat především rámovou konstrukcí, která je hlavním nosným prvkem klece.

Výpočty jsou provedeny dvěma metodami. Analytickou metodou pomocí teorie pružnosti a pevnosti, tak za použití MKP (metoda konečných prvků) softwaru MSC Nastran pro, který byl připraven výpočtový model v softwaru MSC Patran. Při obou výpočtech nebyly vůbec zohledňovány svary. Nebylo uvažovaná teplotně ovlivněná oblast ani materiál navíc v koutech mezi dvěma součástmi. Výpočty berou konstrukci, tak že tam kde jsou dvě součásti v kontaktu, tak jsou spojené jako by šlo o jeden celek.

Tato práce se zabývá pouze kontrolním výpočtem rámové konstrukce při provozním stavu jednoho typu zatížení. Aby mohla být pevnost důlní klece posouzena kompletně musely by proběhnout další výpočty s dalšími způsoby zatížení, ale taky s výrobními a dopravními stavy.

1 Teorie

Úkolem této kapitoly je přiblížit teoretické postupy jenž byly při analytickém výpočtu použity.

1.1 Castiglianova věta

Jedná se o energetickou metodu, která využívá deformační energie, která je vyvolávána všemi silami a momenty působících na nosník. V Praxi to znamená, že pokud se síla působící

na nosník zvětší o dF , tak se taky zvětší deformační energie o dU a tím se taky zvětší průhyb nosníku.

Pokud chceme použít Castiglianovu větu musíme si nejprve určit místo kde chceme počítat průhyb (natočení) nosníku. V místě kde má být počítán průhyb (natočení) musí být síla (moment) jinak by nebylo možné Castiglianovu metodu použít, protože by nebylo podle čeho derivovat obecně vyjádřené průběhy ohybových momentů na celém nosníku. Ty musí být vyjádřeny tak, že pokaždé když dojde ke změně způsobu zatížení musíme napsat další rovnici. V těchto rovnicích musíme vyjádřit všechny reakce jako funkční závislost na síle (nebo momentu) pod kterou je průhyb (nebo natočení počítáno).

Pro průhyb využíváme rovnici:

$$w = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{1}{EI} \cdot \sum_{i=1}^n \int_{a_i}^{b_i} M_i(x_i) \cdot \frac{dM_i(x_i)}{dF} dx_i$$

nebo obdobně pro natočení:

$$\varphi = \frac{\partial U}{\partial M} = \frac{1}{EI} \cdot \sum_{i=1}^n \int_{a_i}^{b_i} M_i(x_i) \cdot \frac{dM_i(x_i)}{dM} dx_i$$

Kde:

- E je modul pružnosti v tahu
- I je plošný moment setrvačnosti daného nosníku
- a_i, b_i jsou meze platností jednotlivých průběhů ohybových momentů
- $M_i(x_i)$ jsou dílčí rovnice průběhů ohybových momentů

Tato metoda výpočtu průhybu nosníku má velkou výhodu v tom, že je rychlá, relativně snadná a dá se použít i pro složitější úlohy, což analytický způsob řešení průhybu nosníku není, ale analytická metoda má jednu velkou výhodu. Když už se jednou celý výpočet provede můžeme určit průhyb (případně natočení) nosníku v jakémkoli místě. U Castiglianovy věty tohle nelze. Pokud budeme chtít zjistit průhyb v jiném místě než ve kterém jsem původně počítali musíme celý postup výpočtu zopakovat.

Pomocí Castiglianovy věty zle celkem snadno řešit staticky neurčené úlohy. V případě staticky neurčitých úloh si vybere takovou vazbu kde známe posunutí či natočení a tuto vazbu

jako by odstraníme a reakční sílu budeme brát jako známou sílu. Když pak použijeme Castiglianovu větu na dané místo nebudeme počítat průhyb (natočení) a to dosadíme známou hodnotu a díky tomu můžeme z této rovnice vyjádřit rovnici síly (momentu), kterou jsme přestali brát jako reakci.

1.2 Plošný moment setrvačnosti

Každý moment setrvačnosti je definován k ose na níž je kolmý. Obecné odvození momentu setrvačnosti k ose y se provádí podle vzorce:

$$I_y = \int z^2 dS$$

Ale vzhledem k tomu že velké množství průřezů už bylo odvozeno a zveřejněno v literatuře, tak nás toto odvození prakticky nemůže potkat, protože cokoliv co není složeninou náhodných křivek, což ve strojírenství je jen málo co, tak se to dá poskládat z několika různých ploch. U kterých se vypočte těžiště a momenty setrvačnosti jednotlivých částí se přepočte pomocí Steinerovy věty k novému těžišti.

1.3 Steinerova věta

Je to metoda, která se využívá při přepočtu momentu setrvačnosti k jinému bodu než k bodu ve kterém moment setrvačnosti známe. Nejčastěji z těžiště primitivního průřezu do těžiště průřezu, který je složen z několika primitivních. K tomuto přepočtu se používá Steinerova rovnice:

$$I = I_y + S \cdot a^2$$

Kde:

- I je moment setrvačnosti k novému bodu
- I_y je moment setrvačnosti k bodu který známe, nejčastěji těžiště samotného průřezu
- S je plocha průřezu
- a je vzdálenost o kterou se moment setrvačnosti

Moment setrvačnosti je o to větší čím vzdálenější je průřez od bodu ke kterému je počítán, z toho logicky vyplývá, že pokud se bude počítat s původním momentem setrvačnosti k těžišti dané plochy, tak se bude vždy zvětšovat.

1.4 Prostý ohyb

Je takový stav namáhání ohybovým momentem či momentovou dvojicí kdy v tělese vzniká pouze jednoosé namáhání. Aby tomu tak bylo musí tento výsledný moment působit v novíně, která je kolmá na stěnu tělesa a ta rovina zároveň prochází osou tělesa. Tento případ může nastat jen na předpokladu, že rovina ve které výsledný momentový účinek působí je jedna z jeho rovin souměrnosti, protože pokud tomu tak není, tak se těleso začne bortit.

Když jsou podmínky prostého ohybu splněny, tak je možné přejít k vyhodnocování napětí v nosníku. Ohýbaný nosník je namáhán zároveň tahem i tlakem. Vlákná která se nacházejí nejbližší středu křivosti jsou nejvíce stlačována a ty co jsou nejdál nejvíce natahována. Všechny vlákna mezi těmito mezními stavy jsou něco mezi tím. Průběh ohybového napětí je mezi krajními stavy lineární. Pro výpočet napětí v daném místě potřebujeme znát velikost ohybového napětí pro dané místo, moment setrvačnosti průřezu k příslušné ose a vzdálenost vlákna od neutrální osy (osa která není nijak namáhána), protože ohybové napětí je vždy na povrchu tělesa (které je logicky nejdále od neutrální osy) dosazujeme nejčastěji tuto vzdálenost.

$$\sigma_o = \frac{M_o}{I} \cdot y$$

Kde:

- σ_o Ohybové napětí
- M_o Ohybový moment
- I Moment setrvačnosti nosníku
- y vzdálenost od neutrální osy
-

2 Rozbor zadání

Geometrie čtyřetážové důlní klece byla zadána jako kompletní počítačový model, který obsahoval naprosto vše co daná klec na konci výroby obsahuje. Obsahoval vše od hlavních nosných částí až po vysílačku. Vzhledem k tomu, že tento model byl moc složitý (přes 4000 součástí) na to aby se s ním dalo v takovém stavu počítat bylo nutné ho pro analytický i numerický výpočet zjednodušit. Byly odstraněny všechny součásti, které neměly na pevnost rámu žádný nebo minimální vliv.

Vzhledem k tomu, že celá důlní klec je z globálního hlediska, co se týče nosné konstrukce i jejího zatížení, souměrná podle dvou rovin, byly pro analytický i numerický výpočet rozčtvrcena a výpočty probíhaly pouze na této jedné čtvrtině. V místech rovin souměrnosti byly zavedeny vazby tak aby rozčtvrcením nedošlo k ovlivnění výsledků.

Takové to zjednodušení několikrát urychlilo a usnadnilo oba způsoby výpočtu.

Posuzované zatížení klece je osm vozíků plných uhlí kde jeden vozík váží přibližně 486 kg a vejde se do něj až 1250 kg uhlí.

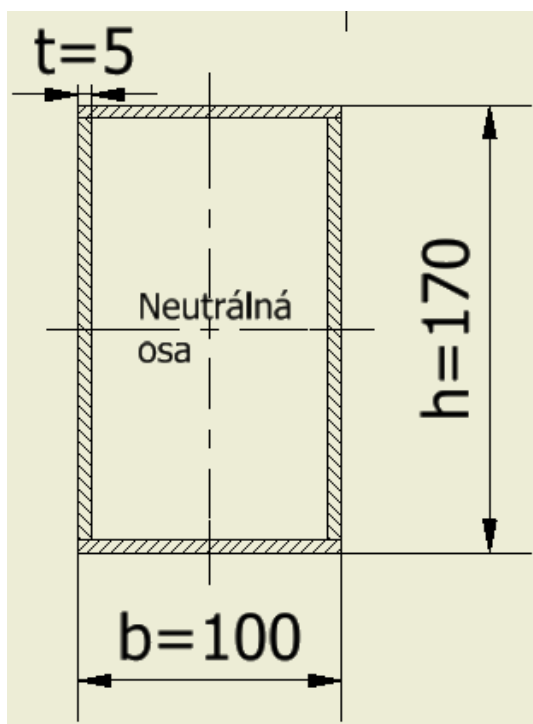
3 Analytický výpočet

Před samotným analytickým výpočtem bylo uvažováno odstraněny všechny části čtyř etážové důlní klece, které významně neovlivňují pevnost jejího rámu. Mezi tyto součásti patří například vysílačka, lékárnička strojírenské součásti spojující některé součásti, ale taky brzdový systém, který je zde z bezpečnostních důvodů kdyby došlo k porušení lana, protože v této práci je řešený pouze provozní stav, nikoli stavy výrobní či nouzové.

Součásti větších hmotností byly do výpočtu zahrnuty jako osamělé síly, ale ty součásti, které u součástí s menšími hmotnostmi byla zanedbána jejich geometrie a byly vyjádřeny ve spojitém zatížení, které působí na nosní v dané části klece.

Celý analytický výpočet probíhal od nejnižší etáže směrem nahoru z důvodu návaznosti a vzájemného působení jednotlivých částí na sebe. Díky tomuto postupu výpočtu bylo možno postupovat bez přeskakování a následným vracením jednotlivých výpočtů.

3.1.1 Plošné momenty setrvačnosti nosníků čtvrté etáže



Obrázek 3-3 Průřez podpěrného nosníku N1

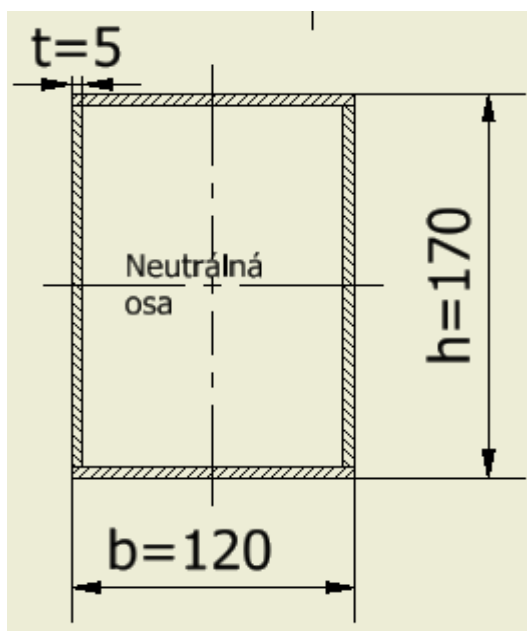
N1-Podpěrný nosník vnitřní (blíže rovině souměrnosti):

Plošný moment setrvačnosti k ose kolem, které se bude nosník ohýbat:

$$I_1 = \frac{bh^3 - (b - 2t)(h - 2t)^3}{12}$$

$$I_1 = \frac{100 \cdot 170^3 - (100 - 2 \cdot 5) \cdot (170 - 2 \cdot 5)^3}{12}$$

$$I_1 = 1,022 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$



Obrázek 3-4 Průřez podpěrného nosníku N2

N2-Podpěrný nosník vnější (dál od roviny souměrnosti):

Plošný moment setrvačnosti nosníku:

$$I_2 = \frac{bh^3 - (b - 2t)(h - 2t)^3}{12}$$

$$I_2 = \frac{120 \cdot 170^3 - (120 - 2 \cdot 5) \cdot (170 - 2 \cdot 5)^3}{12}$$

$$I_2 = 1,158 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

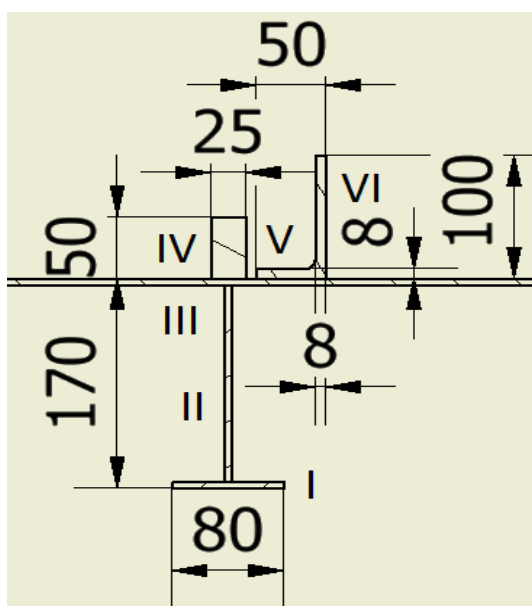
Poloha neutrální osy obou podpěrných nosníků

čtvrté etáže:

$$y_{t1} = 85 \text{ mm}$$

Nejvzdálenější vlákno od neutrální osy podpěrných nosníků čtvrté etáže:

$$y_1 = 170 - y_{t1} = 170 - 85 = 85 \text{ mm}$$



N3-Příčný nosník:

Obrázek 3-5 Průřez příčného nosníku N3

Výpočet polohy neutrální osy:

$$y_{t3} = \frac{\sum_{i=1}^6 y_i \cdot S_i}{\sum_{i=1}^6 S_i}$$

$$y_{t3} = \frac{2,5 \cdot 80,5 + 85 \cdot 160,5 + 167,5 \cdot 80,5 + 195 \cdot 50,25 + 174 \cdot 42,8 + 220 \cdot 100,8}{80,5 + 160,5 + 80,5 + 50,25 + 42,8 + 100,8}$$

$$y_{t3} = 154 \text{ mm}$$

Plošné momenty setrvačnosti jednotlivých částí vzhledem k neutrálné ose. Využitím Steinerovy věty: $I = I_t + S \cdot a^2 = \frac{bh^3}{12} + S \cdot (y - y_t)^2$

$$I_I = \frac{80,5^3}{12} + 80,5 \cdot (2,5 - 154)^2 = 9,182 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{II} = \frac{5 \cdot 160^3}{12} + 160,5 \cdot (85 - 154)^2 = 5,515 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{III} = \frac{80,5^3}{12} + 80,5 \cdot (167,5 - 154)^2 = 0,737 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{IV} = \frac{25 \cdot 50^3}{12} + 25 \cdot 50 \cdot (195 - 154)^2 = 2,362 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_V = \frac{42,8^3}{12} + 42,8 \cdot (174 - 154)^2 = 0,136 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{VI} = \frac{8 \cdot 100^3}{12} + 8 \cdot 100 \cdot (220 - 154)^2 = 4,151 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_3 = \sum_{i=1}^6 I_i = 2,14 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

Nejvzdálenější vlákno od neutrální osy

$$y' = y_{t3} = 154 \text{ mm}$$

$$y'' = (170 + 100) - y_{t3} = (170 + 100) - 154 = 116 \text{ mm}$$

$$y' > y'' \Rightarrow y_3 = y' = 154 \text{ mm}$$

Výpočet koeficientu zvyšující hmotnost nahrazení svařky:

$$\text{Skutečná hmotnost klece:} \quad m_s = 9270 \text{ kg}$$

$$\text{Hmotnost modelu klece bez svarů:} \quad m_m = 8813 \text{ kg}$$

$$\text{Koeficient} \quad \alpha = \frac{m_s}{m_m} = \frac{9270}{8813} = 1,05$$

3.1.2 Výpočet reakcí a průběhů ohybových momentů ve čtvrté etáži

Výpočet spojitého zatížení na nosníky ve čtvrté etáži nahrazující vlastní hmotnost:

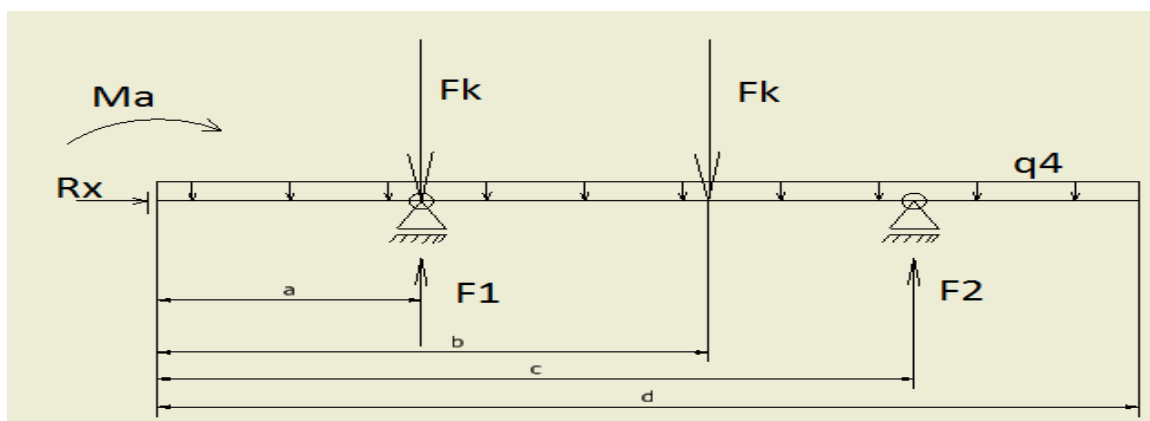
$$\text{Hmotnost celé 4. etáže:} \quad m_4 = 577 \text{ kg}$$

$$\text{Délka všech nosníků ve 4. etáži:} \quad L_4 = 4.1190 + 2.3700 = 12180 \text{ mm}$$

$$\text{Spojité zatížení čtvrté etáže:} \quad q_4 = \frac{m_4 \cdot g \cdot \alpha}{L_4} = \frac{577 \cdot 9,81 \cdot 1,05}{12180} = 0,49 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Kontrola příčného nosníku:

Nákres příčného nosníku čtvrté etáže (obrázek 2-6) se všemi zatíženími, kde síly F_k nahrazují zatížení nosníku od kol vozíku, síly F_1 a F_2 znázorňují reakce od podpěrných nosníků a R_x a M_a reakce od souměrnosti a q_4 vyobrazuje působení spojitého zatížení.



Obrázek 3-6 Grafické vyobrazení zatížení příčného nosníku

Znamé veličiny:

$$\begin{array}{lll}
 F_k = 4257,5N & I_3 = 2,14 \cdot 10^7 mm^4 & E = 210GPa \\
 a = 530mm & b = 1025mm & c = 1590mm \\
 d = 1855mm & q_4 = 0,49 \frac{N}{mm} & y_{t3} = 154mm
 \end{array}$$

Rovnice rovnováhy:

$$\text{Osa } x: \sum F_{ix} = 0 \quad R_x = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{Osa } y: \sum F_{iy} = 0 \quad -q \cdot d + F_1 + F_2 - 2F_k = 0 \quad (2.2)$$

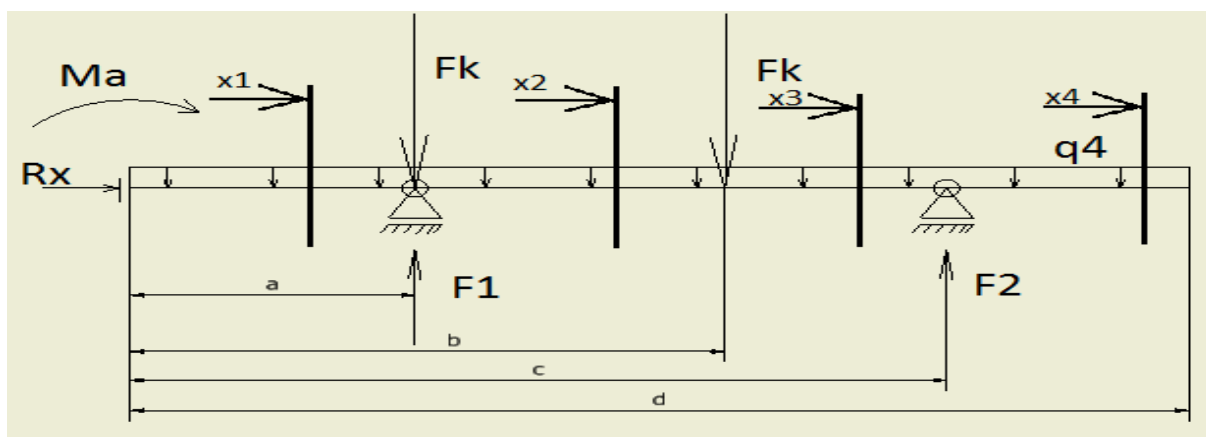
$$\text{Momenty: } \sum M_{ai} = 0 \quad -Ma + (F_1 - F_k) \cdot a - F_k \cdot b + F_2 \cdot c - q \cdot \frac{d^2}{2} = 0 \quad (2.3)$$

Tři rovnice o čtyřech neznámých, to znamená, že se jedná o jedenkrát staticky neurčitou úlohu. Aby byla úloha řešitelná je potřeba jedna deformační podmínka.

$$\text{Deformační podmínka: } \varphi_a = 0^\circ$$

(úhel natočení v místě působení momentu musí být nulový)

Zavedením této deformační podmínky byla úloha převedena na fiktivní nosník, který už je staticky určitý s tímž, že reakce k nimž se deformační podmínka váže byla brána jako známá hodnota a rovnice k jejichž vypočtení byla odvozena pomocí Castiglianovy věty.



Obrázek 3-7 Grafické znázornění pro výpočet pomocí Castigliánovy věty

Intervaly platnosti jednotlivých rovnic ohybových momentů a samotné rovnice:

$$x1 \in < 0; a >$$

$$M1(x1) = -Ma + q \cdot \frac{x1^2}{2} \quad (2.4)$$

$$x2 \in < 0; b - a >$$

$$M2(x2) = -Ma + q \cdot \frac{(a+x2)^2}{2} - (F1 - Fk) \cdot x2 \quad (2.5)$$

$$x3 \in < 0; c - b >$$

$$M3(x3) = -Ma + q \cdot \frac{(b+x3)^2}{2} - (F1 - Fk) \cdot (b - a + x3) + Fk \cdot x3 \quad (2.6)$$

$$x4 \in < 0; d - c >$$

$$M4(x4) = -Ma + q \cdot \frac{(c+x4)^2}{2} - (F1 - Fk) \cdot (c - a + x4) + Fk(c - b + x4) - F2 \cdot x4 \quad (2.7)$$

Před dosazením rovnic průběhů ohybových momentů je potřeba vyjádřit reakce jako závislost veličiny podle, které bude parciální derivace počítána, a tyto rovnice dosadit.

$$F1 = \frac{\frac{q \cdot d^2}{2} + Ma + Fk \cdot b - F2 \cdot c + Fk \cdot a}{a}$$

$$F2 = \frac{\frac{q \cdot d^2}{2} + Ma + Fk \cdot b - (F1 - Fk) \cdot c}{a}$$

Rovnice natočení nosníku v místě působení momentu Ma:

$$\varphi_a = \frac{1}{EI_3} \cdot \left(\int_0^a M1(x1) \cdot \frac{dM1(x1)}{dMa} dx1 + \int_0^b M2(x2) \cdot \frac{dM2(x2)}{dMa} dx2 + \int_0^c M3(x3) \cdot \frac{dM3(x3)}{dMa} dx3 + \int_0^d M4(x4) \cdot \frac{dM4(x4)}{dMa} dx4 \right) \quad (2.8)$$

Vyřešení soustavy čtyř rovnic (2.1; 2.2.; 2.3; 2.8) o čtyřech neznámých a aplikací deformační podmínky, dostaneme hodnoty reálných působících na příčný nosník:

$$R_x = 0N$$

$$F_1 = 7880N$$

$$F_2 = 1544N$$

$$M_a = -832Nm$$

Výpočet průběhů ohybových momentů:

Pro tento výpočet bylo využito rovnic průběhu ohybových momentů (2.4 až 2.7) vytvořených pro výpočet pomocí Castiglianovy věty s tím, že do jednotlivých průběhů byly dosazeny jejich krajní hodnoty, a protože koncová hodnota jednoho průběhu se rovná počáteční hodnotě následujícího průběhu byly obě krajní hodnoty vypočteny pouze u prvního průběhu a u následujících pouze koncové:

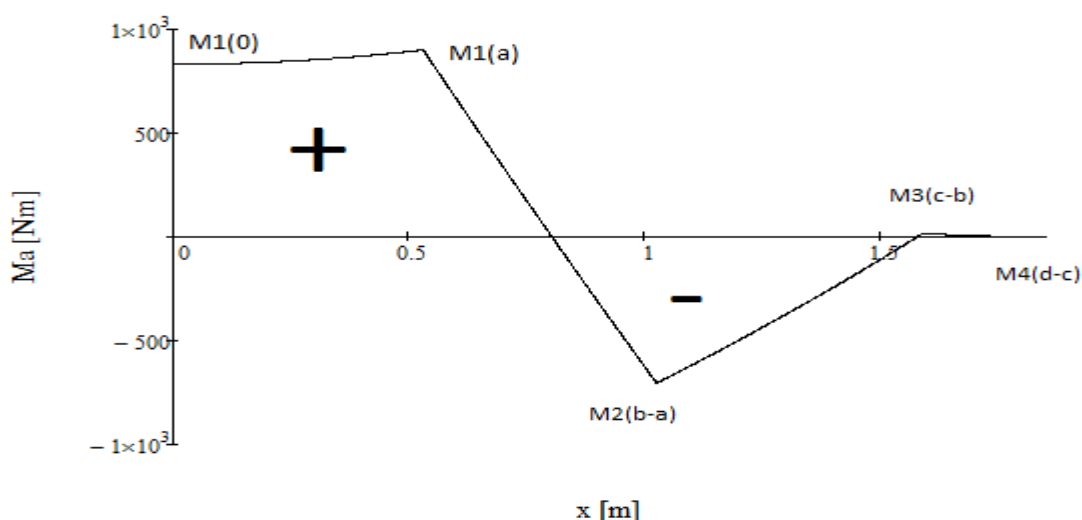
$$M_1(0) = -M_a + q_4 \cdot \frac{x_1^2}{2} = -M_a = 832Nm$$

$$M_1(a) = -M_a + q_4 \cdot \frac{x_1^2}{2} = 901Nm$$

$$M_2(b-a) = -M_a + q_4 \cdot \frac{(a+x_2)^2}{2} - (F_1 - F_k) \cdot x_2 = -704Nm$$

$$M_3(c-b) = -M_a + q_4 \cdot \frac{(b+x_3)^2}{2} - (F_1 - F_k) \cdot (b-a+x_3) + F_k \cdot x_3 = 17,2Nm$$

$$M_4(d-c) = -M_a + q_4 \cdot \frac{(c+x_4)^2}{2} - (F_1 - F_k) \cdot (c-a+x_4) + F_k(c-b+x_4) - F_2 \cdot x_4 = 0Nm$$



Obrázek 3-8 Grafické znázornění průběhů ohybového momentu podél příčného nosníku

Maximální ohybový moment je v místě vnitřního podpěrného nosníku:

$$M_{max} = M1(a) = 901Nm$$

Maximální ohybové napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I_3} \cdot y_3 = \frac{9,01 \cdot 10^5}{2,14 \cdot 10^7} \cdot 154 = 6,5MPa$$

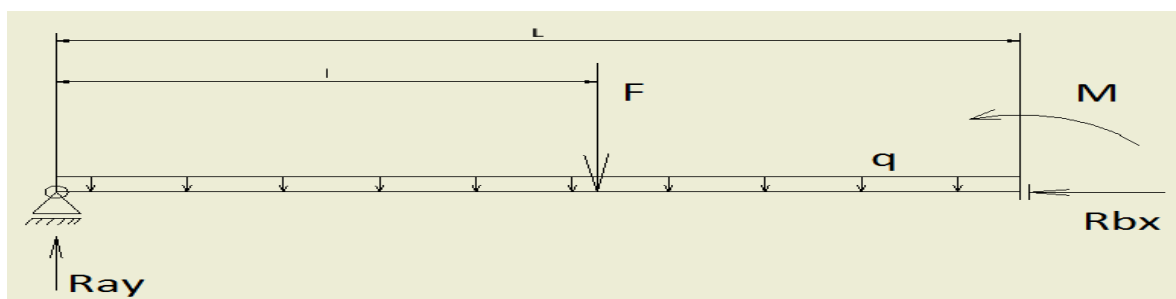
Kontrola bezpečnosti:

Použitý materiál: QStE 420N s $R_m = 530MPa$, $R_e = 350MPa$

$$k_3 = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = \frac{350}{6,5} = 53,9 \quad \text{Vyhovuje}$$

Kontrola podpěrných nosníků:

Úloha podpěrného nosníku byla řešena obecně aby jej bylo možné použít na vnitřní i vnější podpěrný nosník.



Obrázek 3-9 Grafické vyobrazení zatížení podpěrných nosníků

Znamé hodnoty:

$L = 566,35mm$	$I_1 = 1,022 \cdot 10^7 mm^4$	$F1 = 7880N$
$l = 253,85mm$	$I_2 = 1,158 \cdot 10^7 mm^4$	$y_1 = y_2 = 85mm$
$q_4 = 0,49 \frac{N}{mm}$	$F2 = 1544N$	

Rovnice rovnováhy:

Osa x: $\sum F_{ix} = 0 \quad R_{bx} = 0 \quad (2.9)$

Osa y: $\sum F_{iy} = 0 \quad R_{ay} - F - L \cdot q_4 = 0 \Rightarrow R_{ay} = F + L \cdot q_4 \quad (2.10)$

Momenty: $\sum M_{ai} = 0 \quad M - F \cdot l - q_4 \cdot \frac{L^2}{2} = 0 \Rightarrow M = F \cdot l + q_4 \cdot \frac{L^2}{2} \quad (2.11)$

Tři rovnice o třech neznámých, jde tedy o staticky určitou úlohu a mají právě jedno řešení.

Vyjádření obecných rovnic průběhu ohybových momentů s intervaly jejich platnosti:

$$x_1 \in < 0; l >$$

$$M_1(x_1) = q_4 \cdot \frac{x_1^2}{2} - Ray \cdot x_1 \quad (2.12)$$

$$x_2 \in < 0; L - l >$$

$$M_2(x_2) = q_4 \cdot \frac{(a+x_2)^2}{2} - Ray \cdot (l + x_2) + F \cdot x_2 \quad (2.13)$$

Pro dopočtení reakcí v jednotlivých podpěrných nosnících a průběhu ohybových momentů na nich bylo potřeba zaměnit obecné veličiny za odpovídající daným nosníkům.

Zaměněné veličiny:

Vnitřní nosník (N1)

$$F \rightarrow F_1 \quad M \rightarrow M_1 \quad Ray \rightarrow Ray_1 \quad Rbx \rightarrow Rbx_1 \quad (2.14)$$

Vnější nosník (N2)

$$F \rightarrow F_2 \quad M \rightarrow M_2 \quad Ray \rightarrow Ray_2 \quad Rbx \rightarrow Rbx_2 \quad (2.15)$$

Ostatní veličiny jsou stejné a tedy nebyly měněny.

Vyřešené reakce pro oba podpěrné nosníky:

$$M_1 = 2079 \text{ Nm} \quad Ray_1 = 8157 \text{ N} \quad Rbx_1 = 0 \text{ N} \quad (2.16)$$

$$M_2 = 470,6 \text{ Nm} \quad Ray_2 = 1822 \text{ N} \quad Rbx_2 = 0 \text{ N} \quad (2.17)$$

Průběhy ohybových momentů za využití rovnic 2.12 a 2.13

Vnitřní nosník (N1):

$$M_{11}(0) = q_4 \cdot \frac{x_1^2}{2} - Ray_1 \cdot x_1 = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{11}(l) = q_4 \cdot \frac{x_1^2}{2} - Ray_1 \cdot x_1 = -2055 \text{ Nm}$$

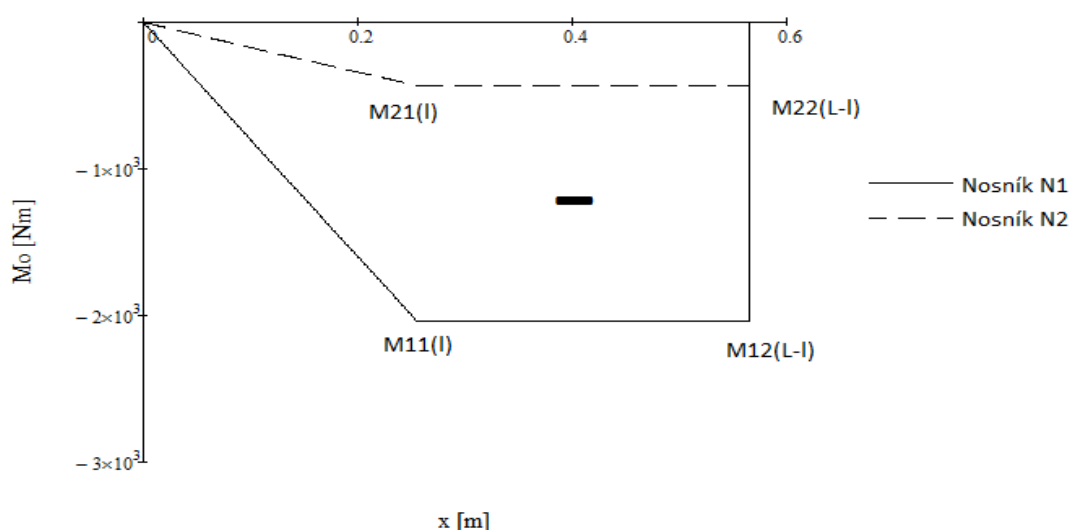
$$M_{12}(L - l) = q_4 \cdot \frac{(a + x_2)^2}{2} - Ray_1 \cdot (l + x_2) + F_1 \cdot x_2 = -M_1 = -2079 \text{ Nm}$$

Vnější nosník (N2):

$$M_{21}(0) = q_4 \cdot \frac{x_1^2}{2} - Ray_2 \cdot x_1 = 0 Nm$$

$$M_{21}(l) = q_4 \cdot \frac{x_1^2}{2} - Ray_2 \cdot x_1 = -447 Nm$$

$$M_{22}(L-l) = q_4 \cdot \frac{(a+x_2)^2}{2} - Ray_2 \cdot (l+x_2) + F_2 \cdot x_2 = -M_2 = -470,6 Nm$$



Obrázek 3-10 Průběh ohybových momentů na obou podpěrných nosnících čtvrté etáže

Maximální ohybový moment u obou podpěrných nosníků je v místě souměrnosti:

$$N1: \quad Momax1 = M_{12}(L-l) = -2079 Nm$$

$$N2: \quad Momax2 = M_{22}(L-l) = -470,6 Nm$$

Maximální ohybové napětí:

$$N1: \quad \sigma_{omax1} = \frac{|Momax1|}{I_1} \cdot y_1 = \frac{|-2,079 \cdot 10^6|}{1,022 \cdot 10^7} \cdot 85 = 15,3 MPa$$

$$N2: \quad \sigma_{omax2} = \frac{|Momax2|}{I_2} \cdot y_2 = \frac{|-4,706 \cdot 10^5|}{1,158 \cdot 10^7} \cdot 85 = 3,5 MPa$$

Kontrola bezpečnosti:

Použitý materiál: QStE 420N s $Rm = 530 MPa$, $Re = 350 MPa$

$$k_1 = \frac{Re}{\sigma_{omax1}} = \frac{350}{15,3} = 22,9 \quad \text{Vyhovuje}$$

$$k_2 = \frac{Re}{\sigma_{omax2}} = \frac{350}{3,5} = 100 \quad \text{Vyhovuje}$$

Pro další výpočty:

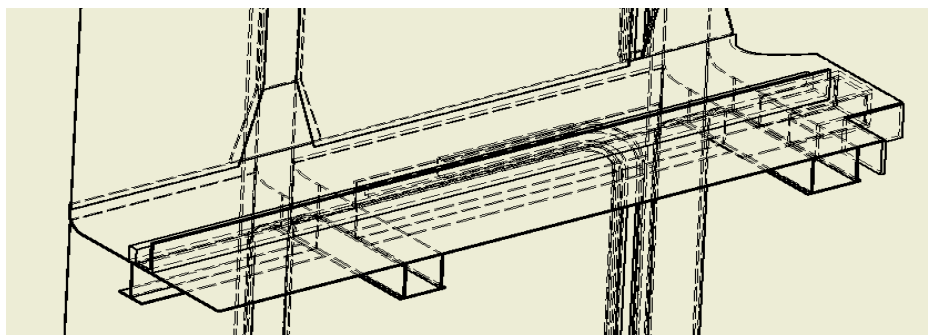
Z důvodu potřeby reakčních hodnot v dalších výpočtech, byly některé veličiny přejmenovány a zabráněno jejich zaměnění s jinými. Těmito hodnotami jsou reakční síly ve svislé ose podpěrných nosníků zobrazených ve výrazech 2.16 a 2.17:

$$Ray_{41} = Ray_1 = 8157N \quad 2.18$$

$$Ray_{42} = Ray_2 = 1822N \quad 2.19$$

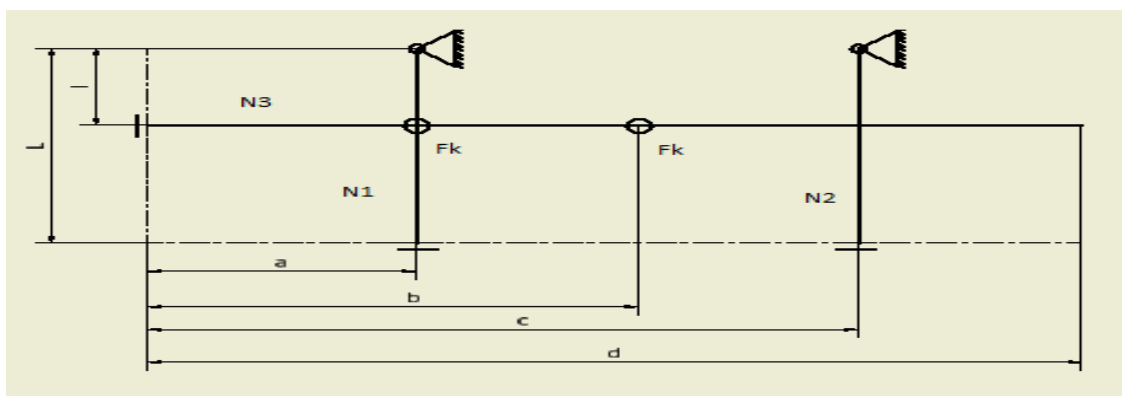
3.2 Kontrolní výpočet třetí etáže

Třetí etáž je svými rozměry a polohou jednotlivých nosníků identická se čtvrtou etáží. Jediným rozdílem mezi danými etážemi je rozdíl v průřezu jednotlivých nosníků, takže bylo možné tohoto využít a velkou část výpočtů, které se používaly u čtvrté etáže.



Obrázek 3-11 Zprůhledněný skutečný vzhled čtvrtiny třetí etáže

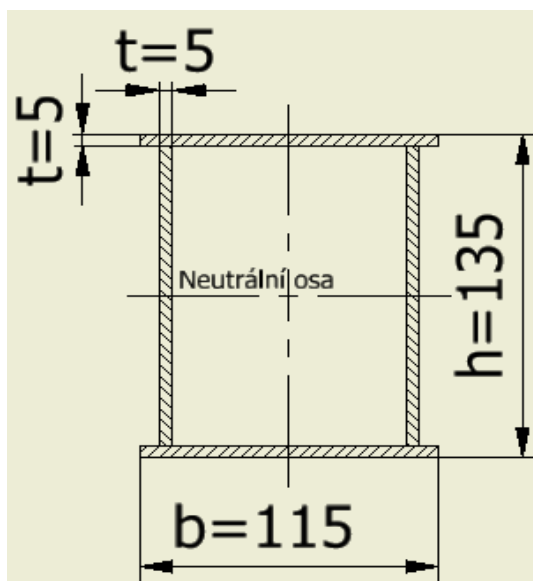
Skutečná charakteristika na obrázku 2-11 byla nahrazena výpočtovou, která je vyobrazena na obrázku 2-12. Na této charakteristice jsou znázorněny základní rozměry, poloha působících sil a rozložení jednotlivých nosníků.



Obrázek 3-12 Zjednodušená charakteristika čtvrtiny třetí etáže

3.2.1 Plošné momenty setrvačnosti nosníků třetí etáže

N1-Podpěrný nosník vnitřní:



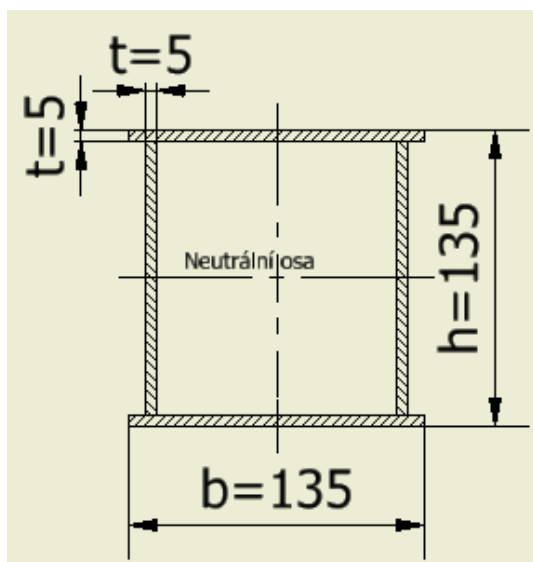
Obrázek 3-13 Průřez podpěrného nosníku N1

Plošný moment setrvačnosti k ose kolem, které se bude nosník ohýbat:

$$I_1 = \frac{bh^3 - (b - 2t)(h - 2t)^3}{12}$$

$$I_1 = \frac{115 \cdot 125^3 - (115 - 2 \cdot 5) \cdot (125 - 2 \cdot 5)^3}{12}$$

$$I_1 = 5,41 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$



Obrázek 3-14 Průřez podpěrného nosníku N2

N2-Podpěrný nosník vnější:

Plošný moment setrvačnosti nosníku:

$$I_2 = \frac{bh^3 - (b - 2t)(h - 2t)^3}{12}$$

$$I_2 = \frac{125^4 - (125 - 2 \cdot 5)^4}{12}$$

$$I_2 = 5,77 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Poloha neutrální osy obou podpěrných

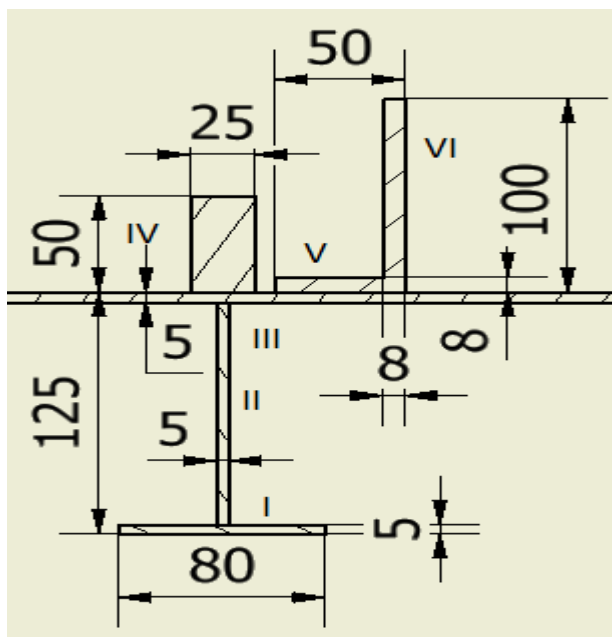
nosníků třetí etáže:

$$y_{t1} = \frac{125}{2} = 62,5 \text{ mm}$$

Nejvzdálenější vlákno od neutrální osy obou podpěrných nosníků třetí etáže:

$$y_1 = 125 - y_{t1} = 125 - 62,5 = 62,5 \text{ mm}$$

N3-Příčný nosník:



Obrázek 3-15 Průřez příčného nosníku N3

Výpočet polohy neutrální osy:

$$y_{t3} = \frac{\sum_{i=1}^6 y_i \cdot S_i}{\sum_{i=1}^6 S_i}$$

$$y_{t3} = \frac{2,5 \cdot 80,5 + 62,5 \cdot 115,5 + 122,5 \cdot 80,5 + 140 \cdot 50,25 + 129 \cdot 42,8 + 175 \cdot 100,8}{80,5 + 115,5 + 80,5 + 50,25 + 42,8 + 100,8}$$

$$y_{t3} = 121,5 \text{ mm}$$

Plošné momenty setrvačnosti jednotlivých částí vzhledem k neutrálné ose. Využitím Steinerovy věty: $I = I_t + S \cdot a^2 = \frac{bh^3}{12} + S \cdot (y - y_t)^2$

$$I_I = \frac{80 \cdot 5^3}{12} + 80 \cdot 5 \cdot (2,5 - 121,5)^2 = 5,665 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{II} = \frac{5 \cdot 115^3}{12} + 115 \cdot 5 \cdot (62,5 - 121,5)^2 = 2,635 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{III} = \frac{80 \cdot 5^3}{12} + 80 \cdot 5 \cdot (122,5 - 121,5)^2 = 1233 \text{ mm}^4$$

$$I_{IV} = \frac{25 \cdot 50^3}{12} + 25 \cdot 50 \cdot (140 - 121,5)^2 = 0,688 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_V = \frac{42 \cdot 8^3}{12} + 42 \cdot 8 \cdot (129 - 121,5)^2 = 20692 \text{ mm}^4$$

$$I_{VI} = \frac{8 \cdot 100^3}{12} + 8 \cdot 100 \cdot (175 - 121,5)^2 = 2,956 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_3 = \sum_{i=1}^6 I_i = 1,255 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

Nejvzdálenější vlákno od neutrální osy

$$y' = y_{t3} = 121,5 \text{ mm}$$

$$y'' = (125 + 100) - y_{t3} = (125 + 100) - 121,5 = 103,5 \text{ mm}$$

$$y' > y'' \Rightarrow y_3 = y' = 121,5 \text{ mm}$$

3.2.2 Výpočet reakcí a průběhů ohybových momentů ve třetí etáži

Výpočet spojitého zatížení na nosníky ve třetí etáži nahrazující vlastní hmotnost:

$$\text{Hmotnost celé 3. etáže: } m_3 = 510 \text{ kg}$$

$$\text{Délka všech nosníků ve 3. etáži: } L_3 = 4.1190 + 2.3700 = 12180 \text{ mm}$$

$$\text{Spojité zatížení čtvrté etáže: } q_3 = \frac{m_3 \cdot g \cdot \alpha}{L_3} = \frac{510 \cdot 9,81 \cdot 1,05}{12180} = 0,43 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Příčný nosník

Hlavní charakteristika třetí etáže je totožná s charakteristikou etáže třetí, takže bylo možno využít již hotových rovnic 2.1 ,2.2 ,2.3 ,2.8 do kterých byly dosazeny veličiny náležící třetí etáži.

Velichiny náležící příčnému nosníku třetí etáži:

$$F_k = 4257,5 \text{ N} \quad I_3 = 1,255 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 \quad E = 210 \text{ GPa}$$

$$a = 530 \text{ mm} \quad b = 1025 \text{ mm} \quad c = 1590 \text{ mm}$$

$$d = 1855 \text{ mm} \quad q_3 = 0,43 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad y_{t3} = 121,5 \text{ mm}$$

Vypočtené reakce:

$$R_x = 0 \text{ N}$$

$$F_1 = 7810 \text{ N}$$

$$F_2 = 1502 \text{ N}$$

$$M_a = -832 \text{ Nm}$$

Výpočet průběhů ohybových momentů:

Pro tento výpočet bylo možno využít, stejně jako při výpočtu průběhů ohybových momentů ve čtvrté etáži, rovnic průběhu ohybových momentů (2.4; 2.5; 2.6; 2.7) vytvořených pro výpočet pomocí Castiglianovy věty s tím, že do jednotlivých průběhů byly dosazeny jejich krajní hodnoty, a protože koncová hodnota jednoho průběhu se rovná počáteční hodnotě následujícího průběhu byly obě krajní hodnoty vypočteny pouze u prvního průběhu a u následujících pouze koncové:

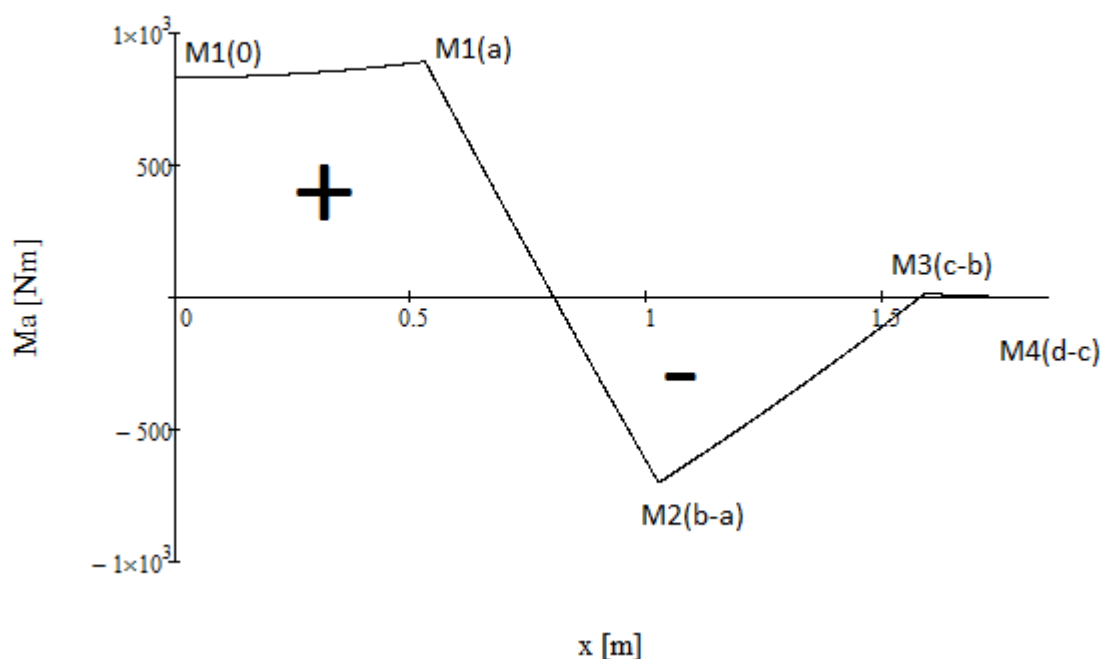
$$M1(0) = -Ma + q_3 \cdot \frac{x1^2}{2} = -Ma = 832Nm$$

$$M1(a) = -Ma + q_3 \cdot \frac{x1^2}{2} = 892,5Nm$$

$$M2(b-a) = -Ma + q_3 \cdot \frac{(a+x2)^2}{2} - (F_1 - F_k) \cdot x2 = -700,7Nm$$

$$M3(c-b) = -Ma + q_3 \cdot \frac{(b+x3)^2}{2} - (F_1 - F_k) \cdot (b-a+x3) + F_k \cdot x3 = 15,1Nm$$

$$M4(d-c) = -Ma + q_3 \cdot \frac{(c+x4)^2}{2} - (F_1 - F_k) \cdot (c-a+x4) + F_k(c-b+x4) - F_2 \cdot x4 = 0Nm$$



Obrázek 3-16 Grafické znázornění průběhů ohybového momentu na příčném nosníku

Maximální ohybový moment je v místě vnitřního podpěrného nosníku:

$$M_{max} = M1(a) = 892,5Nm$$

Maximální ohybové napětí:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{M_{\text{max}}}{I_3} \cdot y_3 = \frac{8,92 \cdot 10^5}{1,255 \cdot 10^7} \cdot 121,5 = 8,6 \text{ MPa}$$

Kontrola bezpečnosti:

Použitý materiál: QStE 420N s $R_m = 530 \text{ MPa}$, $R_e = 350 \text{ MPa}$

$$k_3 = \frac{R_e}{\sigma_{\text{max}}} = \frac{350}{8,6} = 40,7 \quad \text{Vyhovuje}$$

Podpěrné nosníky:

Znamé hodnoty:

$$\begin{array}{lll} L = 566,35 \text{ mm} & I_1 = 1,022 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 & F1 = 78100 \text{ N} \\ l = 253,85 \text{ mm} & I_2 = 1,158 \cdot 10^7 \text{ mm}^4 & y_1 = y_2 = 62,5 \text{ mm} \\ q_4 = 0,43 \frac{\text{N}}{\text{mm}} & F2 = 1502 \text{ N} & \end{array}$$

Pro výpočet průběhů ohybových momentů a napětí na podpěrných nosnících ve třetí etáži bylo možno stejně jako u příčného nosníku využít rovnic, které byly původně vytvořeny pro podpěrné nosníky v etáži čtvrté. Tedy za použití rovnic 2.9, 2.10, 2.11 a při zaměnění obecných veličin za veličiny odpovídající podpěrným nosníkům třetí etáže, obdobně jako ve výrazech 2.14 a 2.15, dopočítat reakce jak ve vnějším podpěrném nosníku, tak ve vnitřním.

Zaměněné veličiny:

Vnitřní nosník (N1)

$$F \rightarrow F_1 \quad M \rightarrow M_1 \quad Ray \rightarrow Ray_1 \quad Rbx \rightarrow Rbx_1$$

Vnější nosník (N2)

$$F \rightarrow F_2 \quad M \rightarrow M_2 \quad Ray \rightarrow Ray_2 \quad Rbx \rightarrow Rbx_2$$

Ostatní veličiny jsou stejné a tedy nebyly měněny.

Vyřešené reakce pro oba podpěrné nosníky:

$$M_1 = 2052 \text{ Nm} \quad Ray_1 = 8054 \text{ N} \quad Rbx_1 = 0 \text{ N} \quad (2.20)$$

$$M_2 = 450,3 \text{ Nm} \quad Ray_2 = 1746 \text{ N} \quad Rbx_2 = 0 \text{ N} \quad (2.21)$$

Průběhy ohybových momentů za využití rovnic 2.12 a 2.13

Vnitřní nosník (N1):

$$M_{11}(0) = q_3 \cdot \frac{x_1^2}{2} - Ray_1 \cdot x_1 = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{11}(l) = q_3 \cdot \frac{x_1^2}{2} - Ray_1 \cdot x_1 = -2031 \text{ Nm}$$

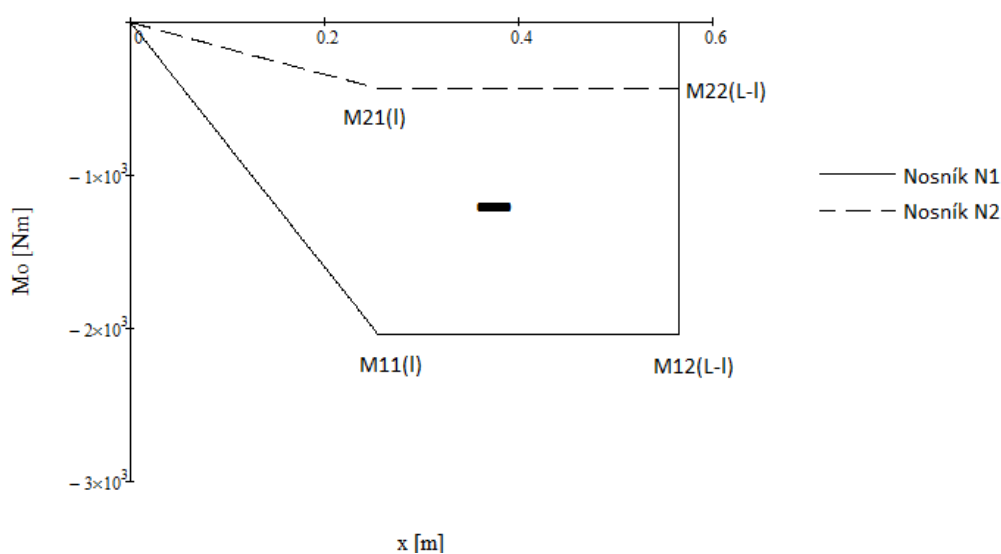
$$M_{12}(L-l) = q_3 \cdot \frac{(a+x_2)^2}{2} - Ray_1 \cdot (l+x_2) + F_1 \cdot x_2 = -M_1 = 2052 \text{ Nm}$$

Vnější nosník (N2):

$$M_{21}(0) = q_3 \cdot \frac{x_1^2}{2} - Ray_2 \cdot x_1 = 0 \text{ Nm}$$

$$M_{21}(l) = q_3 \cdot \frac{x_1^2}{2} - Ray_2 \cdot x_1 = -429,3 \text{ Nm}$$

$$M_{22}(L-l) = q_3 \cdot \frac{(a+x_2)^2}{2} - Ray_2 \cdot (l+x_2) + F_2 \cdot x_2 = -M_2 = -450,3 \text{ Nm}$$



Obrázek 3-17 Průběh ohybových momentů na obou podpěrných nosnících třetí etáže

Maximální ohybový moment u obou podpěrných nosníků je v místě souměrnosti:

$$N1: \quad Momax1 = M12(L - l) = -2052Nm$$

$$N2: \quad Momax2 = M22(L - l) = -450,3Nm$$

Maximální ohybové napětí:

$$N1: \quad \sigma_{omax1} = \frac{|Momax1|}{I_1} \cdot y_1 = \frac{|-2,052 \cdot 10^6|}{5,410 \cdot 10^6} \cdot 62,5 = 22,2MPa$$

$$N2: \quad \sigma_{omax2} = \frac{|Momax2|}{I_2} \cdot y_2 = \frac{|-4,503 \cdot 10^5|}{5,770 \cdot 10^6} \cdot 62,5 = 4,9MPa$$

Kontrola bezpečnosti:

Použitý materiál: QStE 420N s $Rm = 530MPa$, $Re = 350MPa$

$$k_1 = \frac{Re}{\sigma_{omax1}} = \frac{350}{22,2} = 15,8 \quad \text{Vyhovuje}$$

$$k_2 = \frac{Re}{\sigma_{omax2}} = \frac{350}{4,9} = 71,4 \quad \text{Vyhovuje}$$

Pro další výpočty:

Z důvodu potřeby reakčních hodnot v dalších výpočtech, byly některé veličiny přejmenovány a zabráněno jejich zaměnění s jinými. Těmito hodnotami jsou reakční síly ve svislé ose podpěrných nosníků zobrazených ve výrazech 2.20 a 2.21:

$$Ray_{31} = Ray_1 = 8054N \quad 2.22$$

$$Ray_{32} = Ray_2 = 1746N \quad 2.23$$

3.3 Kontrolní výpočet svislých nosných prutů na třetí a čtvrté etáži

Svislé nosné pruty jsou hlavní nosnou částí dřílné klece ve svislém směru. Celá hmotnost klece je ve svislém směru přenášena právě těmito pruty. Ve skutečnosti je část hmotnosti přenášena taky bočními plechy, ale při výpočtu bez nich nebylo dopuštěno nijak velké chyby a jsme na straně bezpečnosti.

Svislé nosné pruty jsou zatěžovány reakcemi od jednotlivých pater, vlastní hmotností a vnější pruty taky hmotností, vidících zařízení a hmotností závěsu, který je stále připevněn pod klecí a je určen k přepravě cívek.

Hmotnost prázdného závěsu: $m_z = 490\text{kg}$

Hmotnost dvou vodících zařízení: $2 \cdot m_v = 2.236\text{kg} = 472\text{kg}$

Síla zatěžující vnější pruty:

$$F_Z = \frac{(m_z + 2 \cdot m_v) \cdot g \cdot \alpha}{4} = \frac{(490 + 2.236) \cdot 9,81 \cdot 1,05}{4} = 2477\text{N}$$

Spojité zatížení nahrazující hmotnost celých bočních částí klece zatěžující celkem $i = 8$ svislých prutů:

Průměrná hmotnost $l_b = 250\text{ mm}$ boku klece je $m_b = 50,9\text{kg}$

$$q_{bo} = \frac{m_b \cdot g \cdot \alpha}{l_b \cdot i} = \frac{50,9 \cdot 9,81 \cdot 1,05}{250 \cdot 8} = 0,262 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

Výpočet sil zatěžujících jednotlivé pruty:

Znamé hodnoty:

$$Ray_{41} = 8157\text{N} \quad (\text{z 2.18}) \quad Ray_{42} = 1822\text{N} \quad (\text{z 2.19})$$

$$Ray_{31} = 8054\text{N} \quad (\text{z 2.22}) \quad Ray_{32} = 1746\text{N} \quad (\text{z 2.23})$$

$$F_Z = 2477\text{N} \quad q_{bo} = 0,262 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$$

$$\text{Výška jednoho patra:} \quad H = 2300\text{mm}$$

Síla působící na vnitřní nosný prut:

$$R1 = Ray_{41} + Ray_{31} + 2 \cdot H \cdot q_{bo}$$

$$R1 = 8157 + 8054 + 2 \cdot 2300 \cdot 0,262$$

$$R1 = 17416\text{N}$$

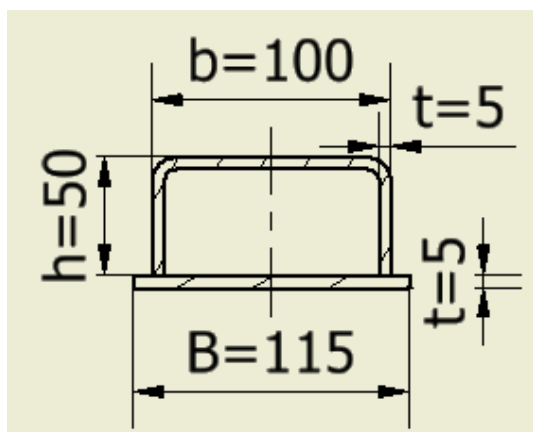
Síla působící na vnější nosný prut:

$$R2 = Ray_{42} + Ray_{32} + 2 \cdot H2 \cdot q_{bo} + Fz$$

$$R2 = 1822 + 1746 + 2 \cdot 2300 \cdot 0,262 + 2477$$

$$R2 = 7250N$$

3.3.1 Výpočet ploch průřezů obou nosných prutů:



Obrázek 3-18 Průřez vnitřního prutu

Vnitřní prut:

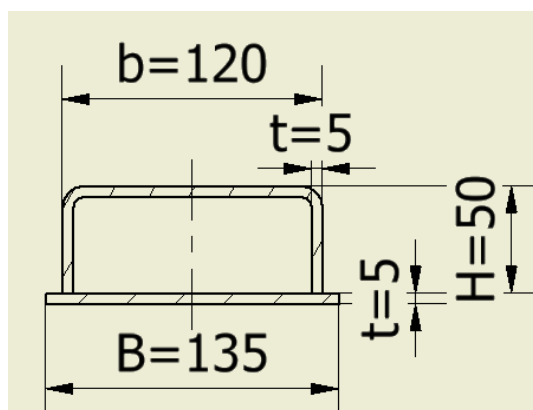
K vnitřnímu prutu bylo uvažováno jako nosná plocha taky nepřerušný plech o průřezových rozměrech $b1 \times t1 = 487,5 \times 1,5$.

$$S_1 = B \cdot t + 2 \cdot t \cdot h + (b - 2 \cdot t) \cdot t + b1 \cdot t1$$

$$S_1 = 115 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 50 + (100 - 2 \cdot 5) \cdot 5$$

$$+ 487,5 \cdot 1,5$$

$$S_1 = 2256 \text{ mm}^2$$



Obrázek 3-19 Průřez vnějšího prutu

Vnější prut:

$$S_2 = B \cdot t + 2 \cdot t \cdot h + (b - 2 \cdot t) \cdot t + b1 \cdot t1$$

$$S_2 = 135 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 50 + (120 - 2 \cdot 5) \cdot 5$$

$$S_2 = 1725 \text{ mm}^2$$

Výpočet napětí:

Použitý materiál: QStE 420N s $Rm = 530 \text{ MPa}$, $Re = 350 \text{ MPa}$

Vnitřní prut:

$$\sigma_{t1} = \frac{R1}{S_1}$$
$$\sigma_{t1} = \frac{17416}{2256}$$
$$\sigma_{t1} = 7,7MPa$$

Vnější prut:

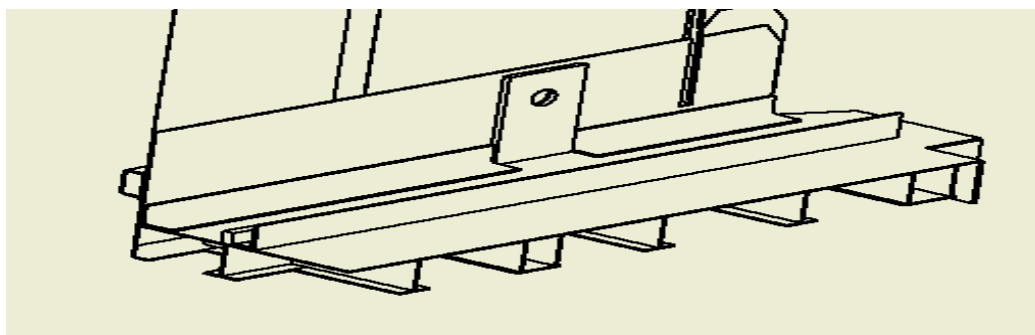
$$\sigma_{t2} = \frac{R2}{S_2}$$
$$\sigma_{t2} = \frac{7250}{1725}$$
$$\sigma_{t2} = 4,2MPa$$

Kontrola bezpečnosti:

$$k_1 = \frac{Re}{\sigma_{t1}} = \frac{350}{7,7} = 45,5$$
$$k_2 = \frac{Re}{\sigma_{t2}} = \frac{350}{4,2} = 83,3$$

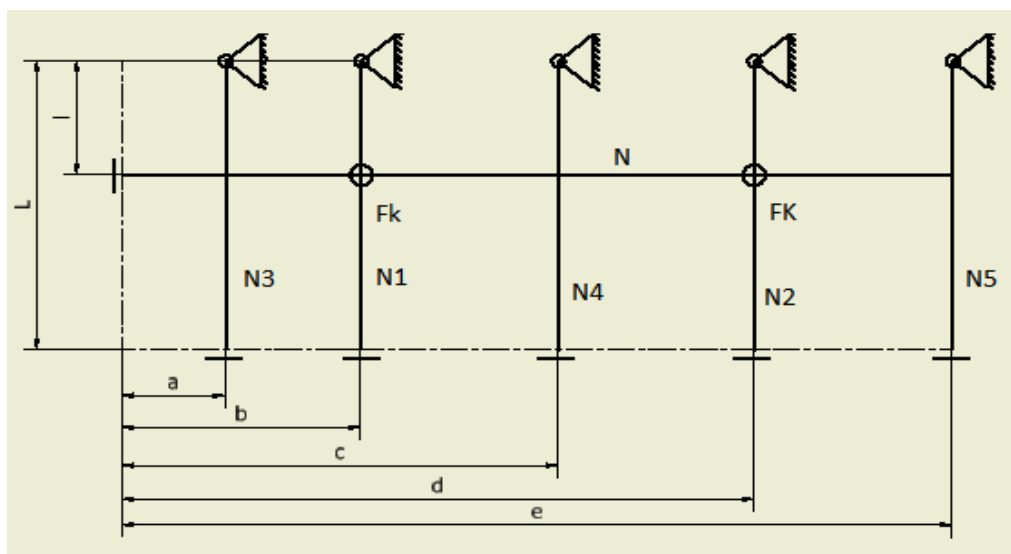
3.4 Kontrolní výpočet druhé etáže

Druhá etáž je místo kde se spojuje horní a dolní část klece a proto je především její body nejrobustnější. Vzhled celé druhé etáže je vyobrazen na obrázku 2-20.



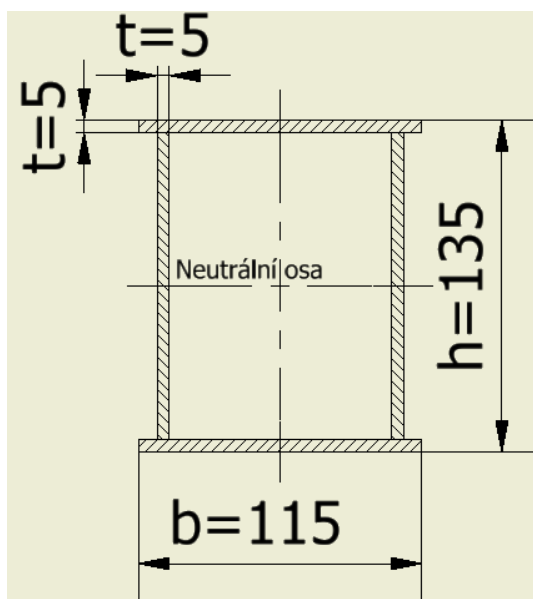
Obrázek 3-20 Vzhled druhé etáže

Pro výpočet byla, navrhnutá zjednodušená charakteristika aby bylo možno druhou etáž analyticky spočítat. Zjednodušená charakteristika druhé etáže spolu s hlavními rozměry, očíslováními jednotlivých nosníků a místy působení reakcí od kol vozíku je vyobrazena na obrázku 2-21.



Obrázek 3-21 Zjednodušená charakteristika druhé etáže

3.4.1 Plošné momenty setrvačnosti nosníků druhé etáže:



Obrázek 3-22 Průřez podpěrného nosníku N1

Podpěrný nosník N1:

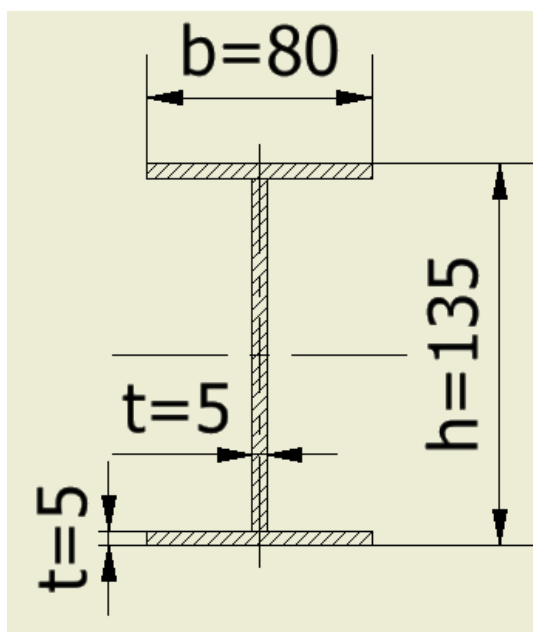
Plošný moment setrvačnosti k ose kolem, které se bude nosník ohýbat:

$$I_1 = \frac{bh^3 - (b - 2t)(h - 2t)^3}{12}$$

$$I_1 = \frac{115 \cdot 135^3 - (115 - 5) \cdot (135 - 2 \cdot 5)^3}{12}$$

$$I_1 = 6,488 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Podpěrný nosník N2:



Obrázek 3-23 Průřez podpěrného nosníku N2

Plošný moment setrvačnosti k ose kolem, které se bude nosník ohýbat:

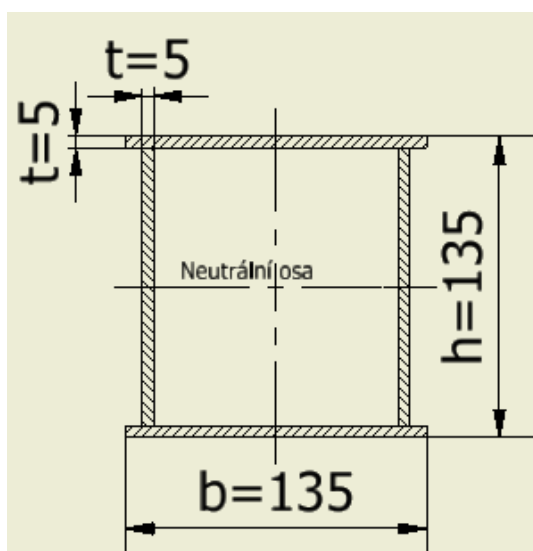
$$I_2 = \frac{bh^3 - (b - 2t)(h - 2t)^3}{12}$$

$$I_2 = \frac{80 \cdot 135^3 - (80 - 2 \cdot 5) \cdot (135 - 5)^3}{12}$$

$$I_2 = 4,195 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Protože podpěrné nosníky N2, N3 a N4 jsou totožné mají stejné plošné momenty setrvačnosti.

Podpěrný nosník N5:



Obrázek 3-24 Průřez podpěrného nosníku N5

Plošný moment setrvačnosti k ose kolem, které se bude nosník ohýbat:

$$I_3 = \frac{bh^3 - (b - 2t)(h - 2t)^3}{12}$$

$$I_3 = \frac{135^4 - (135 - 2 \cdot 5)^4}{12}$$

$$I_3 = 7,334 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

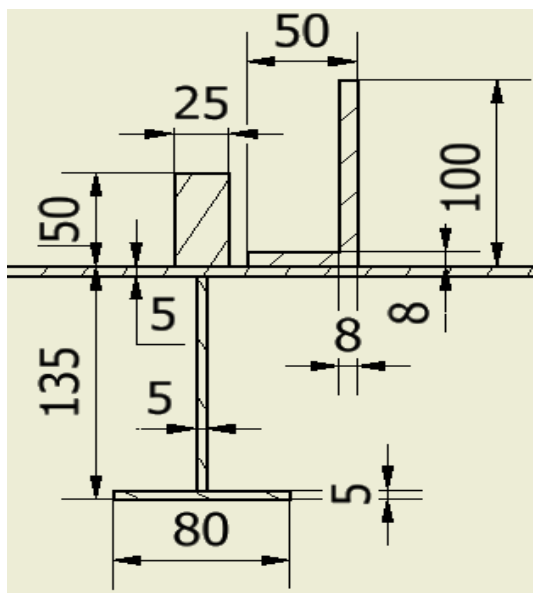
Poloha neutrální osy všech podpěrných nosníků druhé etáže:

$$y_{t1} = 67,5 \text{ mm}$$

Nejvzdálenější vlákno od neutrální osy všech podpěrných nosníků druhé etáže:

$$y_1 = 135 - y_{t1} = 135 - 67,5 = 67,5 \text{ mm}$$

Příčný nosník N:



Obrázek 3-25 Průřez podpěrného nosníku N

Výpočet polohy neutrální osy:

$$y_t = \frac{\sum_{i=1}^6 y_i \cdot S_i}{\sum_{i=1}^6 S_i}$$

$$y_t = \frac{2,5 \cdot 80 \cdot 5 + 67,5 \cdot 125 \cdot 5 + 132,5 \cdot 80 \cdot 5 + 150 \cdot 50 \cdot 25 + 139 \cdot 42 \cdot 8 + 185 \cdot 100 \cdot 8}{80 \cdot 5 + 125 \cdot 5 + 80 \cdot 5 + 50 \cdot 25 + 42 \cdot 8 + 100 \cdot 8}$$

$$y_t = 128,8 \text{ mm}$$

Plošné momenty setrvačnosti jednotlivých částí vzhledem k neutrálné ose. Využitím

Steinerovy věty: $I = I_t + S \cdot a^2 = \frac{bh^3}{12} + S \cdot (y - y_t)^2$

$$I_I = \frac{80 \cdot 5^3}{12} + 80 \cdot 5 \cdot (2,5 - 128,8)^2 = 6,382 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{II} = \frac{5 \cdot 125^3}{12} + 125 \cdot 5 \cdot (67,5 - 128,8)^2 = 3,162 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{III} = \frac{80 \cdot 5^3}{12} + 80 \cdot 5 \cdot (132,5 - 128,8)^2 = 6309,3 \text{ mm}^4$$

$$I_{IV} = \frac{25 \cdot 50^3}{12} + 25 \cdot 50 \cdot (150 - 128,8)^2 = 0,822 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_V = \frac{42 \cdot 8^3}{12} + 42 \cdot 8 \cdot (139 - 128,8)^2 = 36749 \text{ mm}^4$$

$$I_{VI} = \frac{8 \cdot 100^3}{12} + 8 \cdot 100 \cdot (185 - 128,8)^2 = 3,193 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I = \sum_{i=1}^6 I_i = 1,426 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

Nejvzdálenější vlákno od neutrální osy

$$y' = y_t = 128,8 \text{ mm}$$

$$y'' = (135 + 100) - y_t = (135 + 100) - 128,8 = 106,2 \text{ mm}$$

$$y' > y'' \Rightarrow y = y' = 128,8 \text{ mm}$$

3.4.2 Výpočet reakcí a průběhů ohybových momentů ve druhé etáži

Výpočet spojitého zatížení na nosníky ve čtvrté etáži nahrazující vlastní hmotnost:

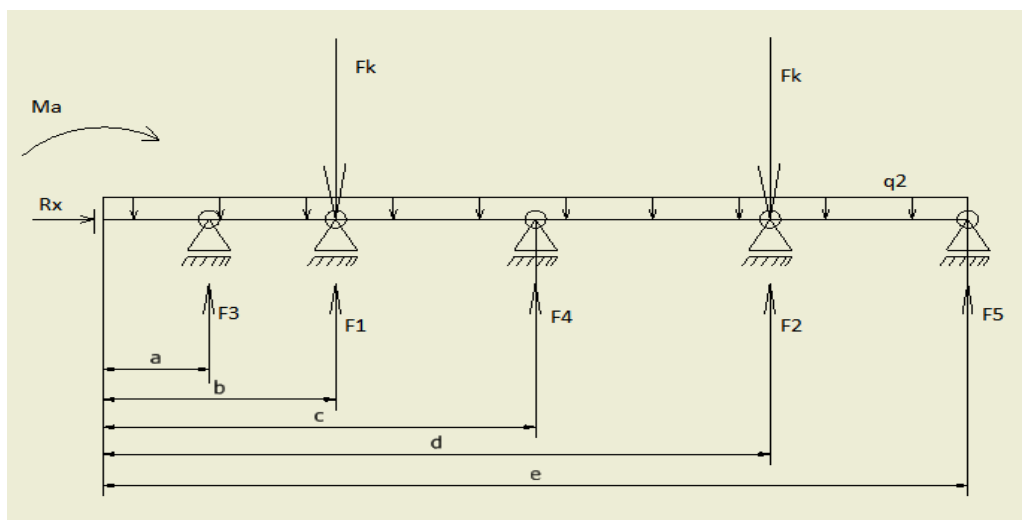
Hmotnost celé 2. etáže: $m_2 = 488 \text{ kg}$

Délka všech nosníků ve 2. etáži: $L_2 = 10.1190 + 2.3710 = 15610 \text{ mm}$

Spojitě zatížení čtvrté etáže: $q_2 = \frac{m_2 \cdot g \cdot \alpha}{L_2} = \frac{488 \cdot 9,81 \cdot 1,05}{15610} = 0,32 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$

Kontrola příčného nosníku:

Nákres příčného nosníku (obrázek 2-27) druhé etáže se všemi zatíženími, kde síly F_k nahrazují zatížení nosníku od kol vozíku, síly F_1, F_2, F_3, F_4 a F_5 znázorňují reakce od podpěrných nosníků a R_x a M_a reakce od souměrnosti a q_4 vyobrazuje působení spojitěho zatížení.



Obrázek 3-26 Nákres zatížení příčného nosníku

Znamé veličiny:

$$\begin{array}{lll} F_k = 4257,5N & I = 2,14 \cdot 10^7 mm^4 & E = 210GPa \\ a = 182,5mm & b = 530mm & c = 857,5mm \\ d = 1242,5mm & e = 1590mm & \\ q_2 = 0,32 \frac{N}{mm} & y = 128,8mm & \end{array}$$

Rovnice rovnováhy:

$$\text{Osa x: } \sum Fix = 0 \quad Rx = 0 \quad (2.24)$$

$$\text{Osa y: } \sum Fiy = 0 \quad -q_2 \cdot e + F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 - 2F_k = 0 \quad (2.25)$$

Momenty: $\sum Mai = 0$

$$-Ma + F_3 \cdot a + F_1 \cdot b - F_k(b + d) - F_4 \cdot c + F_2 \cdot d + F_5 \cdot e - q_2 \cdot \frac{e^2}{2} = 0 \quad (2.26)$$

Sepsáním rovnic rovnováhy jsme dostali tři rovnice o sedmi neznámých. Jde tedy o čtyřikrát staticky neurčitou úlohu. Je tedy potřeba zavést deformační podmínky.

Deformační podmínky:

$$\varphi_a = \frac{\partial U}{\partial Ma} = 0^\circ$$

(úhel natočení v místě působení momentu musí být nulový)

Během prvního způsobu výpočtu byly uvažovány jako další deformační podmínky:

$$w_1 = \frac{\partial U}{\partial F_1} = 0 \text{ mm}$$

$$w_2 = \frac{\partial U}{\partial F_2} = 0 \text{ mm}$$

$$w_3 = \frac{\partial U}{\partial F_3} = 0 \text{ mm}$$

(průhyb příčného nosníku pod silami F_1, F_2 a F_3 jsou nulové)

Po dopočtení reakcí bylo zjištěno, že to nebyl nejlepší způsob řešení, protože síly od kol působí přes přímý nosník takřka přesně na podpěrné nosníky N1 a N2, takže z výpočtu vyplynulo, že tyto dva nosníky nesou všechny účinky sil od kol a k tomu si se všemi dalšími podpěrnými nosníky rozdělí reakce vyvolávající spojitě zatížení. Proto byly deformační

podmínky průhybu pod těmito silami definovány jako funkce, která byla obecně vyjádřena z tuhosti podpěrného nosníku pomocí Castigianovy věty za využití rovnic 2.12 a 2.13 a jejich příslušných intervalů a dále vyjádřením a dosazením reakce jako závislost na síle pod kterou byl průhyb vyjádřen z rovnice 2.10.

$$w = \frac{1}{EI} \cdot \left(\int_0^l M1(x1) \cdot \frac{dM1(x1)}{dF} dx1 + \int_0^{L-l} M2(x2) \cdot \frac{dM2(x2)}{dF} dx2 \right)$$

Dosazením a vypočtením byla odvozena obecná rovnice průhybu pod silou:

$$w = \frac{l(8qL^3 - 4qLl^2 + 24FLl + ql^3 - 16Fl^2)}{24EI}$$

Pro využití této rovnice jako deformační podmínky bylo nutné v ní nahradit obecné veličiny za veličiny připadající právě danému místu průhybu:

Nahrazené veličiny:

Průhyb pod silou F1

$$I \rightarrow I_2 \quad F \rightarrow F_1 \quad w \rightarrow w_1 \quad q \rightarrow q_2$$

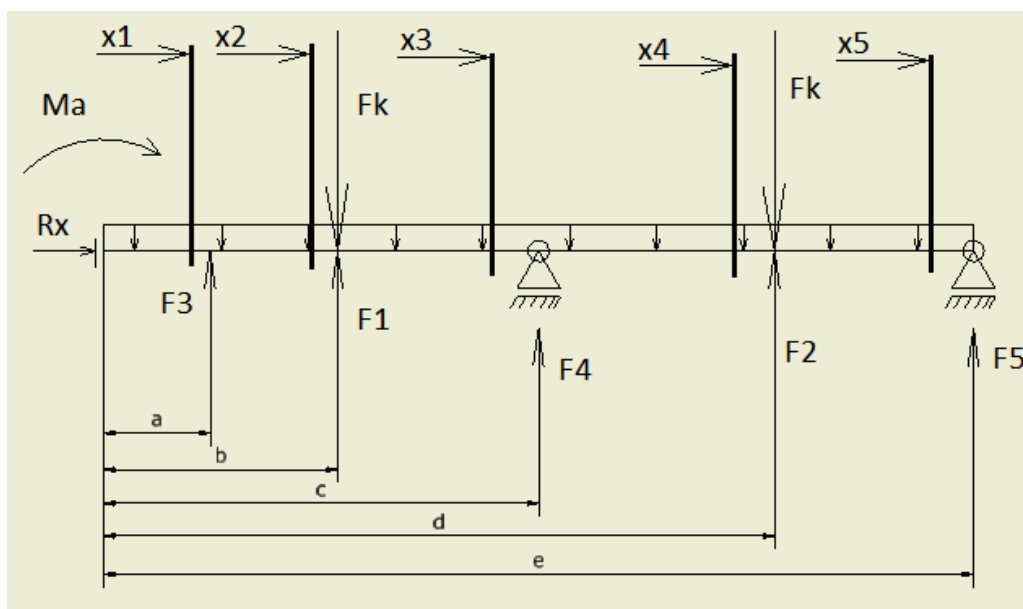
Průhyb pod silou F2

$$I \rightarrow I_1 \quad F \rightarrow F_2 \quad w \rightarrow w_2 \quad q \rightarrow q_2$$

Deformační podmínka pro průhyb pod silou F3 zůstala:

$$w_3 = \frac{\partial U}{\partial F_3} = 0 \text{ mm}$$

Pro výpočet reakcí pomocí Castigianovou větou byla úloha převedena na fiktivní úlohu kde reakční moment a reakční Ma síly F_1, F_2 a F_3 byly brány jako známé a jako reakcemi zůstaly pouze reakční síly F_4 a F_5 . Síly, se kterými bylo dále počítáno jako se známými byly dopočteny pomocí deformačních podmínek.



Obrázek 3-27 Nákres fiktivního příčného nosníku druhé etáže pro výpočet reakcí pomocí Castiglianovy věty

Vyjádření rovnic průběhů ohybových momentů:

$$x1 \in < 0; a >$$

$$M1(x1) = -Ma + q_2 \cdot \frac{x1^2}{2} \quad (2.27)$$

$$x2 \in < 0; b - a >$$

$$M2(x2) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(a+x2)^2}{2} - F_3 \cdot x2 \quad (2.28)$$

$$x3 \in < 0; c - b >$$

$$M3(x3) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(b+x3)^2}{2} - F_3 \cdot (b - a + x3) + F_k \cdot x3 - F_1 \cdot x3 \quad (2.29)$$

$$x4 \in < 0; d - c >$$

$$M4(x4) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(c+x4)^2}{2} - F_3 \cdot (c - a + x4) + F_k(c - b + x4) - F_1(c - b + x4) - F_4 \cdot x4 \quad (2.30)$$

$$x5 \in < 0; e - d >$$

$$M5(x5) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(d+x5)^2}{2} - F_3 \cdot (d - a + x5) + F_k(d - b + x5) - F_1(d - b + x5) - F_4(d - c + x5) + F_k \cdot x5 - F_2 \cdot x5 \quad (2.31)$$

Před dosazením rovnic průběhů ohybových momentů do Castiglianovy věty je potřeba vyjádřit reakce jako závislost veličiny podle, které bude parciální derivace počítána, a tyto rovnice dosadit.

$$F_4 = - \frac{-Ma - \frac{q_2 e^2}{2} - F_k(b+d) + F_1 b + F_3 a + F_2 d + F_5 e}{c}$$

$$F_5 = - \frac{-Ma - \frac{q_2 e^2}{2} - F_k(b+d) + F_1 b + F_3 a + F_2 d + F_4 c}{e}$$

Obecné dosazení rovnic průhybových momentů do rovnic Castiglianovy věty:

$$\varphi_a = \frac{1}{EI} \left(\int_0^a M1(x1) \cdot \frac{dM1(x1)}{dMa} dx1 + \int_0^{b-a} M2(x2) \cdot \frac{dM2(x2)}{dMa} dx2 + \int_0^{c-b} M3(x3) \cdot \frac{dM3(x3)}{dMa} dx3 + \int_0^{d-c} M4(x4) \cdot \frac{dM4(x4)}{dMa} dx4 + \int_0^{e-d} M5(x5) \cdot \frac{dM5(x5)}{dMa} dx5 \right) \quad (2.32)$$

$$w_1 = \frac{1}{EI_2} \left(\int_0^a M1(x1) \cdot \frac{dM1(x1)}{dF_1} dx1 + \int_0^{b-a} M2(x2) \cdot \frac{dM2(x2)}{dF_1} dx2 + \int_0^{c-b} M3(x3) \cdot \frac{dM3(x3)}{dF_1} dx3 + \int_0^{d-c} M4(x4) \cdot \frac{dM4(x4)}{dF_1} dx4 + \int_0^{e-d} M5(x5) \cdot \frac{dM5(x5)}{dF_1} dx5 \right) \quad (2.33)$$

$$w_2 = \frac{1}{EI_1} \left(\int_0^a M1(x1) \cdot \frac{dM1(x1)}{dF_2} dx1 + \int_0^{b-a} M2(x2) \cdot \frac{dM2(x2)}{dF_2} dx2 + \int_0^{c-b} M3(x3) \cdot \frac{dM3(x3)}{dF_2} dx3 + \int_0^{d-c} M4(x4) \cdot \frac{dM4(x4)}{dF_2} dx4 + \int_0^{e-d} M5(x5) \cdot \frac{dM5(x5)}{dF_2} dx5 \right) \quad (2.34)$$

$$w_3 = \frac{1}{EI_1} \left(\int_0^a M1(x1) \cdot \frac{dM1(x1)}{dF_3} dx1 + \int_0^{b-a} M2(x2) \cdot \frac{dM2(x2)}{dF_3} dx2 + \int_0^{c-b} M3(x3) \cdot \frac{dM3(x3)}{dF_3} dx3 + \int_0^{d-c} M4(x4) \cdot \frac{dM4(x4)}{dF_3} dx4 + \int_0^{e-d} M5(x5) \cdot \frac{dM5(x5)}{dF_3} dx5 \right) \quad (2.35)$$

Dosazením Rovnic průhybových momentů a deformačních podmínek do rovnic 2.32 až 2.35 a přidáním rovnic 2.24 až 2.26 bylo definováno sedm rovnic o sedmi neznámých, které byly po dosazení známých veličin dopočteny softwarem MathCad:

Znamé hodnoty:

$a = 182,5mm$	$b = 530mm$	$c = 857,5mm$	$d = 1242,5mm$
$e = 1590mm$	$q = 0,32 \frac{N}{mm}$	$F_k = 4257,5N$	$E = 210 GPa$
$I = 1,426 \cdot 10^7 mm^4$	$I_2 = 6,488 \cdot 10^6 mm^4$	$I_1 = 4,195 \cdot 10^6 mm^4$	$I_3 = 7,334 \cdot 10^6 mm^4$
$L = 566,35 mm$	$l = 253,85mm$	$q_2 = 0,32 \frac{N}{mm}$	

Vypočtené reakce s nulovými deformačními podmínkami:

$$F_1 = 4851,2N \quad F_2 = 5029,8N \quad F_3 = -412,1N \quad (2.36)$$

$$F_4 = 124N \quad F_5 = -569N \quad Ma = -3,84Nm \quad (2.37)$$

Vypočtené reakce s deformačními podmínkami vyjádřených funkcemi:

$$F_1 = -197,4N \quad F_2 = -895,4N \quad F_3 = 1078,6N \quad (2.38)$$

$$F_4 = 7456,6N \quad F_5 = 1581,5N \quad Ma = -62,7Nm \quad (2.39)$$

Jak je možno vidět ve výsledcích ani jedna varianta deformačních podmínek není ideální. U první jsou reakční síly pod působištem kol příliš velké a u druhé příliš malé z toho zle odhadovat, že realita bude někde mezi těmito hodnotami. Ideální variantou by byl výpočet kde by byly využito 6 deformačních podmínek jedna vztahující se k úhlu natočení v rovině souměrnosti, která by byla nulová a nadále pět deformačních podmínek vztahujících se k průhybu v místech podpěrných nosníků, ale to tento způsob výpočtu neumožňuje.

Z bezpečnostních důvodů bylo napětí v příčném nosníku kontrolováno při průběhu ohybových momentů vyvolaných druhým způsobem výpočtu, protože v prvním byly příliš malé až zanedbatelné.

Výpočet ohybových momentů namáhající příčný nosník:

Pro tento výpočet bylo využito rovnic průběhu ohybových momentů (2.27 až 2.31) vytvořených pro výpočet pomocí Castiglianovy věty s tím, že do jednotlivých průběhů byly dosazeny jejich krajní hodnoty, a protože koncová hodnota jednoho průběhu se rovná počáteční hodnotě následujícího průběhu byly obě krajní hodnoty vypočteny pouze u prvního průběhu a u následujících pouze koncové:

$$M1(0) = -Ma + q_2 \cdot \frac{x_1^2}{2} = -Ma = 62,7Nm$$

$$M1(a) = -Ma + q_2 \cdot \frac{x_1^2}{2} = 68,1Nm$$

$$M2(b-a) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(a+x_2)^2}{2} - F_3 \cdot x_2 = -267,1Nm$$

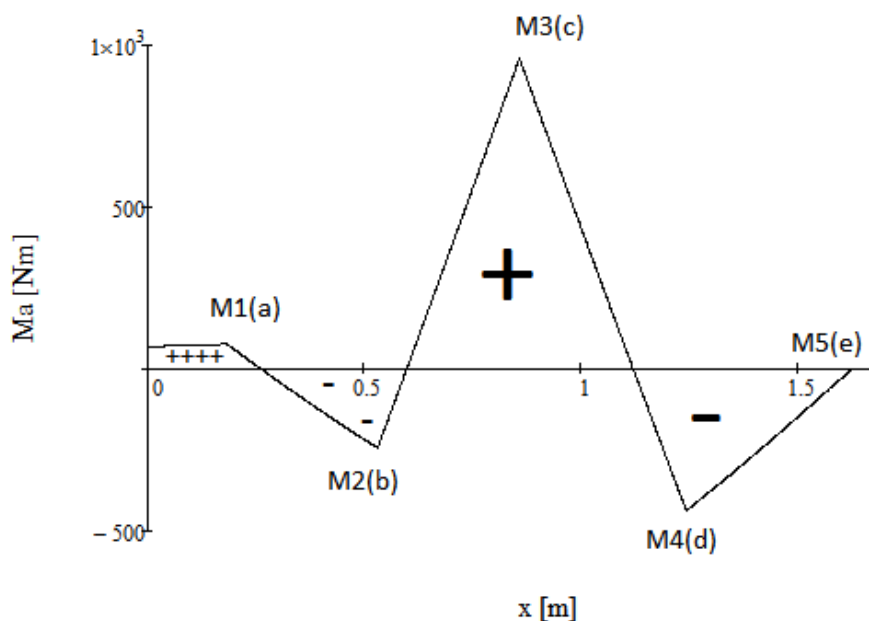
$$M3(c-b) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(b+x_3)^2}{2} - F_3 \cdot (b-a+x_3) + F_k \cdot x_3 - F_1 \cdot x_3 = 911,3Nm$$

$$M4(d-c) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(c+x_4)^2}{2} - F_3 \cdot (c-a+x_4) + F_k(c-b+x_4) -$$

$$F_1(c-b+x_4) - F_4 \cdot x = -530Nm$$

$$M5(e-d) = Ma + q_2 \cdot \frac{(d+x_5)^2}{2} - F_3 \cdot (d-a+x_5) + F_k(d-b+x_5) -$$

$$F_1(d-b+x_4) - F_4(d-c+x_5) + F_k \cdot x_5 - F_2 \cdot x_5 = 0Nm$$



Obrázek 3-28 Grafické vyobrazení průběhu ohybového momentu podém příčného nosníku

Maximální ohybový moment je v místě podpěrného nosníku N4.

$$M_{max} = M3(c) = 911,3Nm$$

Maximální ohybové napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{I} \cdot y_3 = \frac{9,113 \cdot 10^5}{1,426 \cdot 10^7} \cdot 128,8 = 8,23MPa$$

Kontrola bezpečnosti:

Použitý materiál: QStE 420N s $Rm = 530MPa$, $Re = 350MPa$

$$k_3 = \frac{Re}{\sigma_{max}} = \frac{350}{8,23} = 42,5 \quad \text{Vyhovuje}$$

Kontrola podpěrných nosníků:

Podpěrné nosníky byly z bezpečnostních důvodů kontrolovány na sílu, která byla vybrána z obou výpočtů jako ta větší z výrazů 2.36 až 2.39:

$$F_1 = 4851,2N$$

$$F_2 = 5029,8N$$

$$F_3 = 1078,6N$$

$$F_4 = 7456,6N$$

$$F_5 = 1581,5N$$

Znamé hodnoty:

$$\begin{array}{lll} L = 566,35\text{mm} & I_1 = 4,195 \cdot 10^6 \text{mm}^4 & q_4 = 0,43 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \\ l = 253,85\text{mm} & I_2 = 6,488 \cdot 10^6 \text{mm}^4 & y_1 = 67,5\text{mm} \\ I_3 = 7,334 \cdot 10^6 \text{mm}^4 & & \end{array}$$

Použitý materiál: QStE 420N s $R_m = 530\text{MPa}$, $R_e = 350\text{MPa}$

Pro výpočet průběhů ohybových momentů a napětí na podpěrných nosnících ve druhé etáži bylo možno stejně jako u příčného nosníku třetí a čtvrté etáže využít rovnic, které byly původně vytvořeny pro podpěrné nosníky v etáži čtvrté. Tedy za použití rovnic 2.9, 2.10, 2.11 a při zaměnění obecných veličin za veličiny odpovídající podpěrným nosníkům druhé etáže, obdobně jako ve výrazech 2.14 a 2.15, dopočítat reakce ve všech pěti podpěrných nosnících.

Zaměněné veličiny:

Podpěrné nosníky (N1 až N5)

$F \rightarrow F_1$	$M \rightarrow M_1$	$Ray \rightarrow Ray_1$	$Rbx \rightarrow Rbx_1$
$F \rightarrow F_2$	$M \rightarrow M_2$	$Ray \rightarrow Ray_2$	$Rbx \rightarrow Rbx_2$
$F \rightarrow F_3$	$M \rightarrow M_3$	$Ray \rightarrow Ray_3$	$Rbx \rightarrow Rbx_3$
$F \rightarrow F_4$	$M \rightarrow M_4$	$Ray \rightarrow Ray_4$	$Rbx \rightarrow Rbx_4$
$F \rightarrow F_5$	$M \rightarrow M_5$	$Ray \rightarrow Ray_5$	$Rbx \rightarrow Rbx_5$

Ostatní veličiny jsou stejné a tedy nebyly měněny.

Vyřešené reakce pro oba podpěrné nosníky:

$$M_1 = 1283\text{Nm} \quad Ray_1 = 5032\text{N} \quad Rbx_1 = 0\text{N} \quad (2.40)$$

$$M_2 = 1328\text{Nm} \quad Ray_2 = 5211\text{N} \quad Rbx_2 = 0\text{N} \quad (2.41)$$

$$M_3 = 325\text{Nm} \quad Ray_3 = 1260\text{N} \quad Rbx_3 = 0\text{N} \quad (2.42)$$

$$M_4 = 1944\text{Nm} \quad Ray_4 = 7638\text{N} \quad Rbx_4 = 0\text{N} \quad (2.43)$$

$$M_5 = 453\text{Nm} \quad Ray_5 = 1763\text{N} \quad Rbx_5 = 0\text{N} \quad (2.44)$$

Průběhy ohybových momentů za využití rovnic 2.12 a 2.13

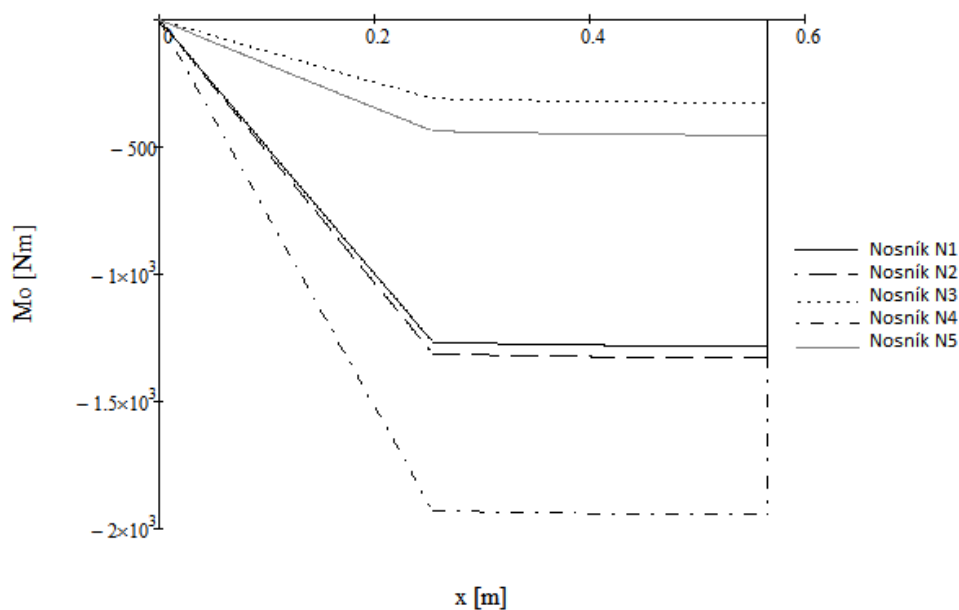
$$M1(0) = q_2 \cdot \frac{x1^2}{2} - Ray_i \cdot x1$$

$$M1(l) = q_2 \cdot \frac{x1^2}{2} - Ray_i \cdot x1$$

$$M2(L - l) = q_2 \cdot \frac{(a + x2)^2}{2} - Ray_i \cdot (l + x2) + F_i \cdot x2 = -M_i$$

	Nosník N1	Nosník N2	Nosník N3	Nosník N4	Nosník N5
$M1(0)$ [Nm]	0	0	0	0	0
$M1(l)$ [Nm]	-1267	-1313	-309	-1929	-437
$M2(L - l)$ [Nm]	-1283	-1328	-325	-1944	-453
$ M_{omax} $ [Nm]	1283	1328	325	1944	453
σ_{omax} [MPa]	13,3	21,4	5,2	31,3	4,167
Bepečnost k(Re)	26,3	16,4	6,3	11,2	83,3

Obrázek 3-29 Mezní hodnoty průběhů ohybových momentů na podpěrných nosnících druhé etáže



Obrázek 3-30 Průběh ohybových momentů na podpěrných nosnících druhé etáže

Pro další výpočty:

Z důvodu potřeby reakčních hodnot v dalších výpočtech, byly některé veličiny přejmenovány a zabráněno jejich zaměnění s jinými. Těmito hodnotami jsou reakční síly ve svislé ose podpěrných nosníků zobrazených ve výrazech 2.40 až 2.44:

$$Ray_{21} = Ray_1 = 5032N \quad 2.45$$

$$Ray_{22} = Ray_2 = 5211N \quad 2.46$$

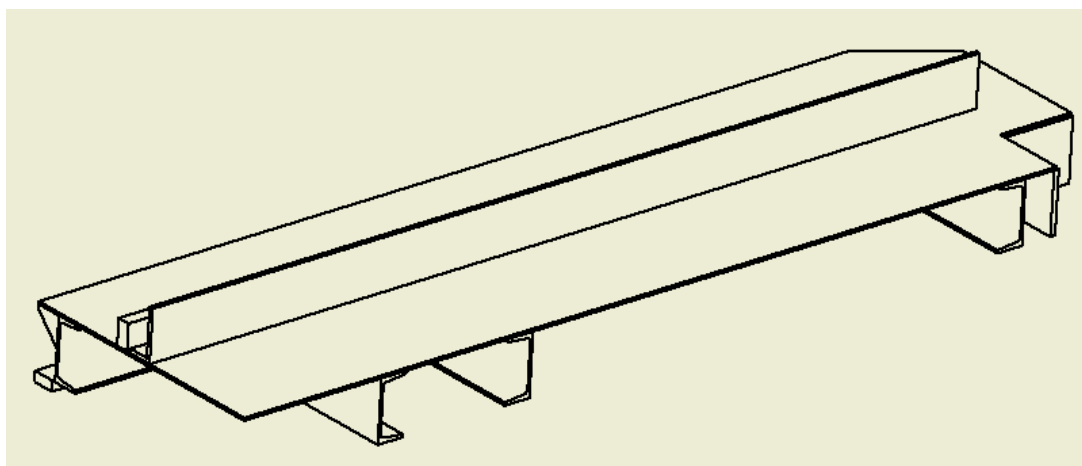
$$Ray_{23} = Ray_3 = 1260N \quad 2.47$$

$$Ray_{24} = Ray_4 = 7638N \quad 2.48$$

$$Ray_{25} = Ray_5 = 1763N \quad 2.49$$

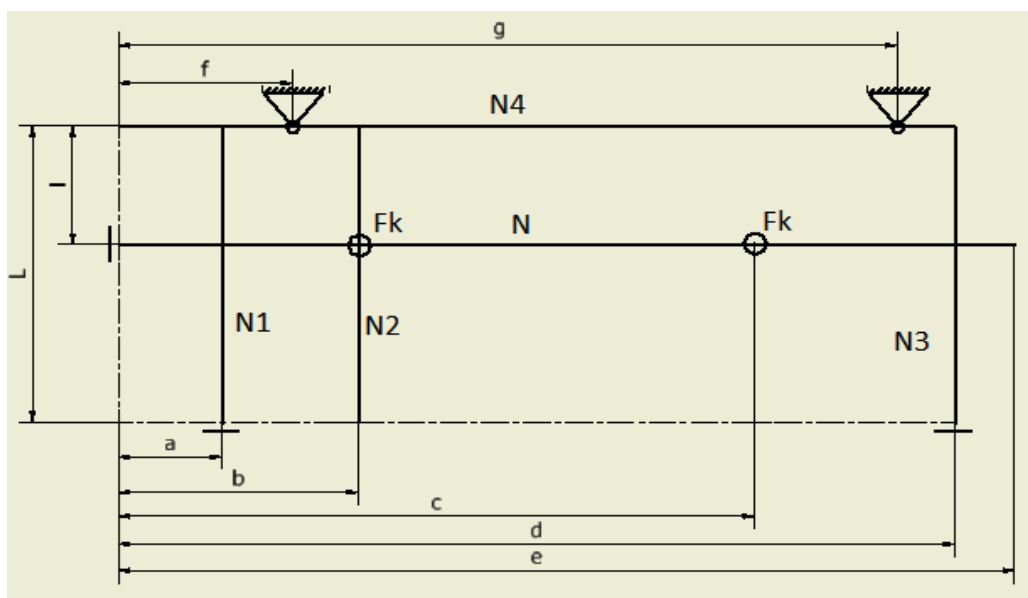
3.5 Kontrolní výpočet první etáže

První etáž není jako jediná pevně svařená s rámem klece, ale lze ji vysunout. Skutečný vzhled čtvrtiny první etáže je vyobrazený na obrázku 2-32.



Obrázek 3-31 Skutečný vzhled čtvrtiny první etáže

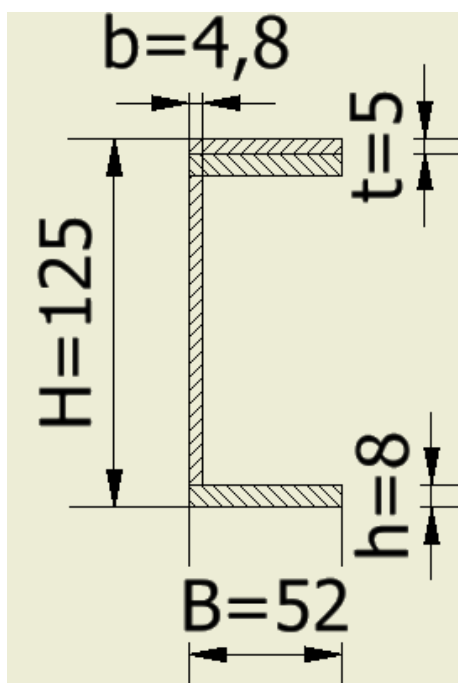
Pro analytický výpočet byla navržena zjednodušená charakteristika první etáže, která je spolu s hlavními rozměry, očíslováními jednotlivých nosníků a místy působení reakcí od kol vozíku, vyobrazená na obrázku 2-32.



Obrázek 3-32 Zjednodušená charakteristika čtvrtiny první etáže

3.5.1 Plošné momenty setrvačnosti nosníků první etáže

Všechny nosníky první etáže až na nosník s kolejnici (N) mají totožný průřez:



Obrázek 3-33 Průřez nosníků první etáže

Plošný moment setrvačnosti k ose kolem, které se bude nosník ohýbat:

$$I_1 = \frac{BH - (B - b)(H - 2h - t)^3}{12}$$

$$I_1 = \frac{52 \cdot 125^3 - (52 - 4,8)(125 - 2 \cdot 8 - 5)^3}{12}$$

$$I_1 = 4,039 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Poloha neutrální osy všech podpěrných nosníků druhé etáže:

$$y_{t1} = 70,52 \text{ mm}$$

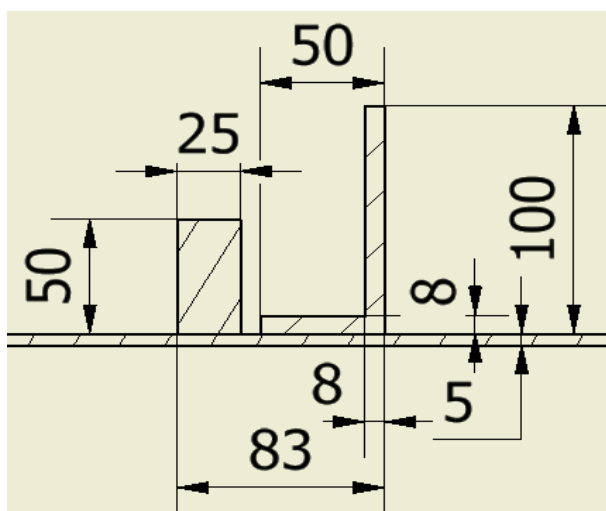
Nejvzdálenější vlákno od neutrální osy všech podpěrných nosníků druhé etáže:

$$y' = y_{t1} = 70,52 \text{ mm}$$

$$y'' = 125 - y_{t1} = 125 - 70,52 = 54,48 \text{ mm}$$

$$y' > y'' \Rightarrow y_1 = y' = 70,52 \text{ mm}$$

Nosník N



Obrázek 3-34 Průřez příčného nosníku první etáže

Plošný moment setrvačnosti k ose kolem, které se bude nosník ohýbat:

K tunosti příčného nostíku taky patří plech o průřezových rozměrech 242x5mm

Výpočet polohy neutrální osy:

$$y_t = \frac{\sum_{i=1}^6 y_i \cdot S_i}{\sum_{i=1}^6 S_i}$$

$$y_t = \frac{2,5 \cdot 83,5 + 30 \cdot 50,25 + 9,4 \cdot 42,8 + 55 \cdot 100,8 + 242,5 \cdot 2,5}{83,5 + 50,25 + 42,8 + 100,8 + 242,5}$$

$$y_t = 22,3 \text{ mm}$$

Plošné momenty setrvačnosti jednotlivých částí vzhledem k neutrálné ose. Využitím Steinerovy věty: $I = I_t + S \cdot a^2 = \frac{bh^3}{12} + S \cdot (y - y_t)^2$

$$I_I = \frac{83,5^3}{12} + 83,5 \cdot (2,5 - 22,3)^2 = 0,163 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{II} = \frac{25 \cdot 50^3}{12} + 25 \cdot 50 \cdot (30 - 22,3)^2 = 0,335 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{III} = \frac{42,8^3}{12} + 42,8 \cdot (9 - 22,3)^2 = 0,612 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{IV} = \frac{100,8^3}{12} + 100,8 \cdot (55 - 22,3)^2 = 0,860 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_V = \frac{242,5^3}{12} + 242,5 \cdot (2,5 - 22,3)^2 = 0,477 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I = \sum_{i=1}^5 I_i = 2,447 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Nejvzdálenější vlákno od neutrální osy

$$y' = y_t = 30,5\text{mm}$$

$$y'' = (5 + 100) - y_t = (5 + 100) - 30,5 = 74,5\text{mm}$$

$$y'' > y' \Rightarrow y = y'' = 74,5\text{mm}$$

3.5.2 Výpočet reakcí a průběhů ohybových momentů v první etáži

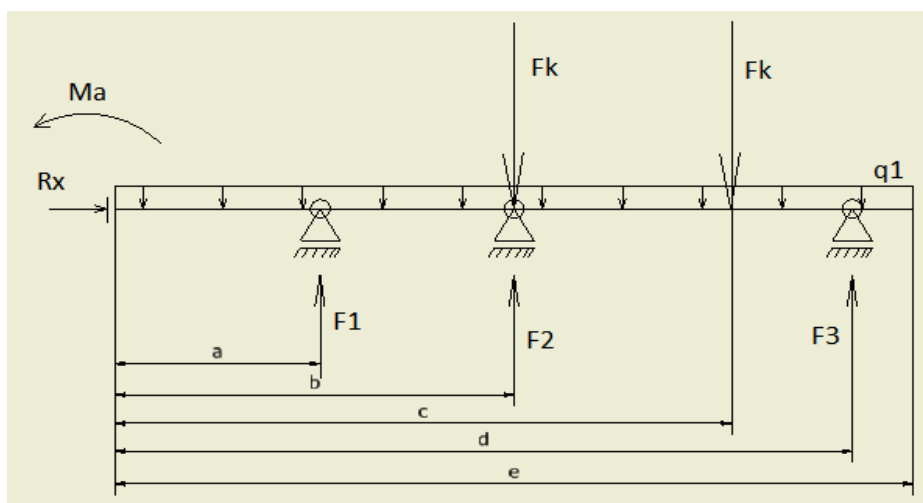
Výpočet spojitého zatížení na nosníky v první etáži nahrazující vlastní hmotnost:

Hmotnost celé 1. etáže: $m_1 = 554\text{kg}$

Délka všech nosníků ve 1. etáži: $L_1 = 948.6 + 2.3300 + 2.3490 = 19268\text{mm}$

Spojitě zatížení čtvrté etáže: $q_1 = \frac{m_1 \cdot g \cdot \alpha}{L_1} = \frac{547.9,81.1,05}{19268} = 0,29 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$

Způsob zatížení přímého nosníku první etáže je vyobrazen na obrázku 2-36.



Obrázek 3-35 Vyobrazení způsobu zatížení příčného nosníku první etáže

Znamé veličiny:

$F_k = 4257,5\text{N}$	$I = 2,447 \cdot 10^6\text{mm}^4$	$E = 210\text{GPa}$
$a = 290\text{mm}$	$b = 610\text{mm}$	$c = 1025\text{mm}$
$d = 1650\text{mm}$	$e = 1865\text{mm}$	$f = 450\text{mm}$
$g = 1490\text{mm}$	$q_1 = 0,29 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$	$y = 154\text{mm}$

Rovnice rovnováhy:

Osa x: $\sum F_{ix} = 0 \quad R_x = 0$ (2.50)

$$\text{Osa } y: \sum F_{iy} = 0 \quad -q_1 \cdot e + F_1 + F_2 + F_3 - 2F_k = 0 \quad (2.51)$$

$$\text{Momenty: } \sum M_{ai} = 0 \quad -Ma - F_k b - F_k c + F_1 a + F_2 b + F_3 d - q_1 \cdot \frac{e^2}{2} = 0 \quad (2.52)$$

Tři rovnice o pěti neznámých, to znamená, že se jedná o dvakrát staticky neurčitou úlohu. Aby byla úloha řešitelná jsou potřeba dvě deformační podmínky.

$$\begin{aligned} \text{Deformační podmínky:} \quad \varphi_a &= 0^\circ \\ (\text{úhel natočení v místě působení momentu musí být nulový}) \end{aligned}$$

$$w_3 = 0 \text{ mm}$$

(Průhyb nosníku v místě podpěrného nosníku N3 je nulový)

Zavedením těchto deformačních podmínek byla úloha převedena na fiktivní nosník, který už je staticky určitý s tímž, že reakce k nimž se deformační podmínky vázaly byly brány jako známe hodnoty a rovnice k jejich vypočtení byly odvozeny pomocí Castiglianovy věty.

Intervaly platnosti jednotlivých rovnic ohybových momentů a samotné rovnice:

$$M1(x1) = Ma + q_1 \cdot \frac{x1^2}{2} \quad (2.53)$$

$$x2 \in < 0; b - a >$$

$$M2(x2) = Ma + q_1 \cdot \frac{(a+x2)^2}{2} - F_1 \cdot x2 \quad (2.54)$$

$$x3 \in < 0; c - b >$$

$$M3(x3) = Ma + q_1 \cdot \frac{(b+x3)^2}{2} - F_1 \cdot (b - a + x3) + F_k \cdot x3 - F_2 \cdot x3 \quad (2.55)$$

$$x4 \in < 0; d - c >$$

$$\begin{aligned} M4(x4) &= Ma + q_1 \cdot \frac{(c+x4)^2}{2} - F_1 \cdot (c - a + x4) + F_k(c - b + x4) - F_2(c - b + x4) + \\ &F_k \cdot x4 \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$x5 \in < 0; e - d >$$

$$\begin{aligned} M5(x5) &= Ma + q_1 \cdot \frac{(d+x5)^2}{2} - F_1 \cdot (d - a + x5) + F_k(d - b + x5) - F_2(d - b + x4) + \\ &F_4(d - c + x5) - F_3 \cdot x5 \end{aligned} \quad (2.57)$$

Před dosazením rovnic průběhů ohybových momentů bylo potřeba vyjádřit reakce jako závislost veličiny podle, které bude parciální derivace počítána, z výrazu 2.52 a tyto rovnice dosadit.

$$F_1 = - \frac{Ma - \frac{q_1 \cdot e^2}{2} + F_2 \cdot b - F_k \cdot b - F_k \cdot c + F_3 \cdot d}{a}$$

$$F_2 = - \frac{Ma - \frac{q_1 \cdot e^2}{2} + F_1 \cdot a - F_k \cdot b - F_k \cdot c + F_3 \cdot d}{a}$$

Rovnice natočení nosníku v místě působení momentu Ma:

$$\varphi_a = \frac{1}{EI_3} \left(\int_0^a M1(x1) \cdot \frac{dM1(x1)}{dMa} dx1 + \int_0^{b-a} M2(x2) \cdot \frac{dM2(x2)}{dMa} dx2 + \int_0^{c-b} M3(x3) \cdot \frac{dM3(x3)}{dMa} dx3 + \int_0^{d-c} M4(x4) \cdot \frac{dM4(x4)}{dMa} dx4 \right) \quad (2.58)$$

$$w_3 = \frac{1}{EI_1} \left(\int_0^a M1(x1) \cdot \frac{dM1(x1)}{dF_3} dx1 + \int_0^{b-a} M2(x2) \cdot \frac{dM2(x2)}{dF_3} dx2 + \int_0^{c-b} M3(x3) \cdot \frac{dM3(x3)}{dF_3} dx3 + \int_0^{d-c} M4(x4) \cdot \frac{dM4(x4)}{dF_3} dx4 + \int_0^{e-d} M5(x5) \cdot \frac{dM5(x5)}{dF_3} dx5 \right) \quad (2.59)$$

Vyřešení soustavy pěti rovnic rovnic (2.51; 2.52.; 2.53; 2.58; 2.59) o pěti neznámých a aplikací deformačních podmínek, byly vyřešeny reakce působících na příčný nosník:

$$Rx = 0N$$

$$F_1 = 978N$$

$$F_2 = 5843N$$

$$F_3 = 2265N$$

$$Ma = 361Nm$$

Výpočet ohybových momentů namáhající příčný nosník:

Pro tento výpočet bylo využito rovnic průběhu ohybových momentů (2.53 až 2.57) vytvořených pro výpočet pomocí Castiglianovy věty s tím, že do jednotlivých průběhů byly dosazeny jejich krajní hodnoty, a protože koncová hodnota jednoho průběhu se rovná počáteční hodnotě následujícího průběhu byly obě krajní hodnoty vypočteny pouze u prvního průběhu a u následujících pouze koncové:

$$M1(0) = Ma + q \cdot \frac{x1^2}{2} = Ma = 361Nm$$

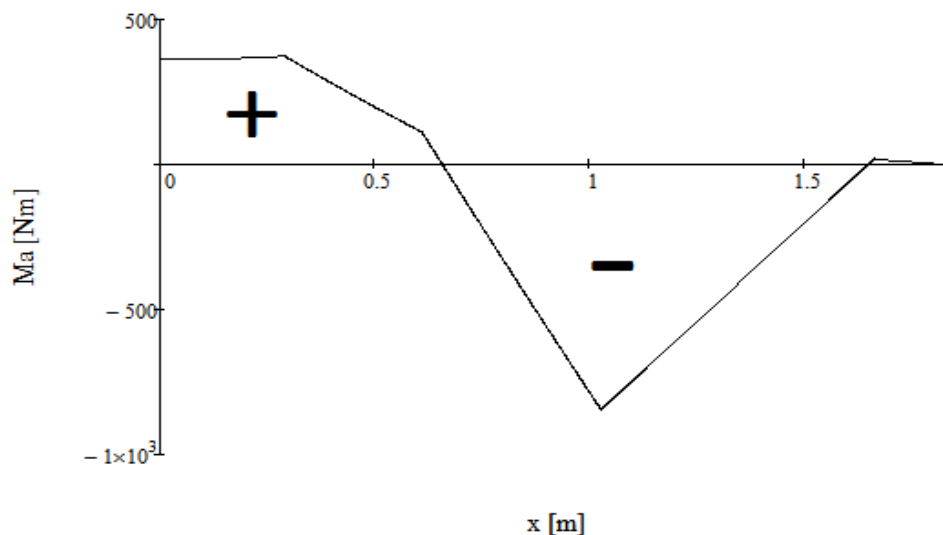
$$M1(a) = Ma + q \cdot \frac{x1^2}{2} = 373Nm$$

$$M2(b-a) = Ma + q \cdot \frac{(a+x2)^2}{2} - F_1 \cdot x2 = 118Nm$$

$$M3(c-b) = Ma + q \cdot \frac{(b+x3)^2}{2} - F_1 \cdot (b-a+x3) + F_k \cdot x3 - F_2 \cdot x3 = -841Nm$$

$$M4(d - c) = Ma + q \cdot \frac{(c+x4)^2}{2} - F_1 \cdot (c - a + x4) + F_k(c - b + x4) - F_2(c - b + x4) + F_k \cdot x4 = 13Nm$$

$$M5(e - d) = Ma + q \cdot \frac{(d+x5)^2}{2} - F_1 \cdot (d - a + x5) + F_k(d - b + x5) - F_2(d - b + x4) + F_4(d - c + x5) - F_3 \cdot x5 = 0Nm$$



Obrázek 3-36 Průběh ohybového momentu na příčném nosníku první etáže

Maximální ohybový moment je v místě vnitřního podpěrného nosníku:

$$M_{max} = M3(c - b) = -841Nm$$

Maximální ohybové napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{I} \cdot y = \frac{|-8,41 \cdot 10^5|}{2,447 \cdot 10^6} \cdot 74,5 = 25,6MPa$$

Kontrola bezpečnosti:

Použitý materiál: QStE 420N s $R_m = 530MPa$, $Re = 350MPa$

$$k_3 = \frac{Re}{\sigma_{max}} = \frac{350}{25,6} = 13,7 \quad \text{Vyhovuje}$$

Kontrola podpěrných nosníků:

Znamé hodnoty:

$$\begin{array}{lll}
 L = 566,35\text{mm} & I_1 = 4,039 \cdot 10^6 \text{mm}^4 & q_4 = 0,43 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \\
 l = 253,85\text{mm} & F_2 = 5843\text{N} & y_1 = 70,52\text{mm} \\
 F_3 = 2265\text{N} & F_1 = 978\text{N} &
 \end{array}$$

Použitý materiál: QStE 420N s $R_m = 530\text{MPa}$, $R_e = 350\text{MPa}$

Pro výpočet průběhů ohybových momentů a napětí na podpěrných nosnících ve druhé etáži bylo možno stejně jako u příčného nosníku třetí a čtvrté etáže využít rovnic, které byly původně vytvořeny pro podpěrné nosníky v etáži čtvrté. Tedy za použití rovnic 2.9, 2.10, 2.11 a při zaměnění obecných veličin za veličiny odpovídající podpěrným nosníkům druhé etáže, obdobně jako ve výrazech 2.14 a 2.15, dopočítat reakce ve všech pěti podpěrných nosnících.

Zaměněné veličiny:

Podpěrné nosníky (N1 až N5)

$$\begin{array}{llll}
 F \rightarrow F_1 & M \rightarrow M_1 & Ray \rightarrow Ray_1 & Rbx \rightarrow Rbx_1 \\
 F \rightarrow F_2 & M \rightarrow M_2 & Ray \rightarrow Ray_2 & Rbx \rightarrow Rbx_2 \\
 F \rightarrow F_3 & M \rightarrow M_3 & Ray \rightarrow Ray_3 & Rbx \rightarrow Rbx_3
 \end{array}$$

Ostatní veličiny jsou stejné a tedy nebyly měněny.

Vyřešené reakce pro oba podpěrné nosníky:

$$M_1 = 1283\text{Nm} \quad Ray_1 = 5032\text{N} \quad Rbx_1 = 0\text{N} \quad (2.60)$$

$$M_2 = 1328\text{Nm} \quad Ray_2 = 5211\text{N} \quad Rbx_2 = 0\text{N} \quad (2.61)$$

$$M_3 = 325\text{Nm} \quad Ray_3 = 1260\text{N} \quad Rbx_3 = 0\text{N} \quad (2.62)$$

Průběhy ohybových momentů za využití rovnic 2.12 a 2.13

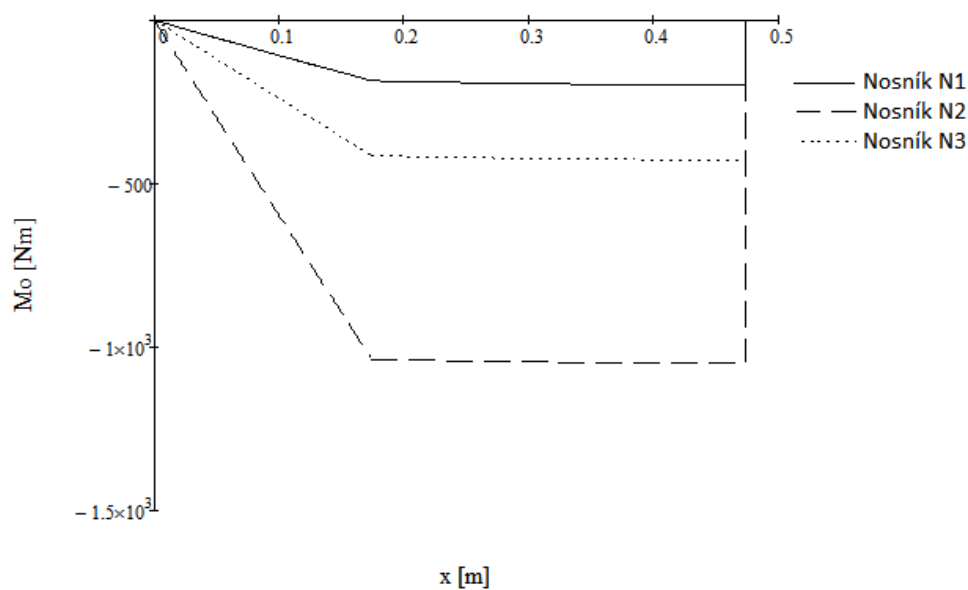
$$M1(0) = q_2 \cdot \frac{x1^2}{2} - Ray_i \cdot x1$$

$$M1(l) = q_2 \cdot \frac{x1^2}{2} - Ray_i \cdot x1$$

$$M2(L - l) = q_2 \cdot \frac{(a + x2)^2}{2} - Ray_i \cdot (l + x2) + F_i \cdot x2 = -M_i$$

	Nosník N1	Nosník N2	Nosník N3
$M1(0)$ [Nm]	0	0	0
$M1(l)$ [Nm]	-1267	-1313	-309
$M2(L - l)$ [Nm]	-1283	-1328	-325
$ M_{omax} $ [Nm]	1283	1328	325
σ_{omax} [MPa]	13,3	21,4	5,2
Bepečnost $k(Re)$	26,3	16,4	6,3

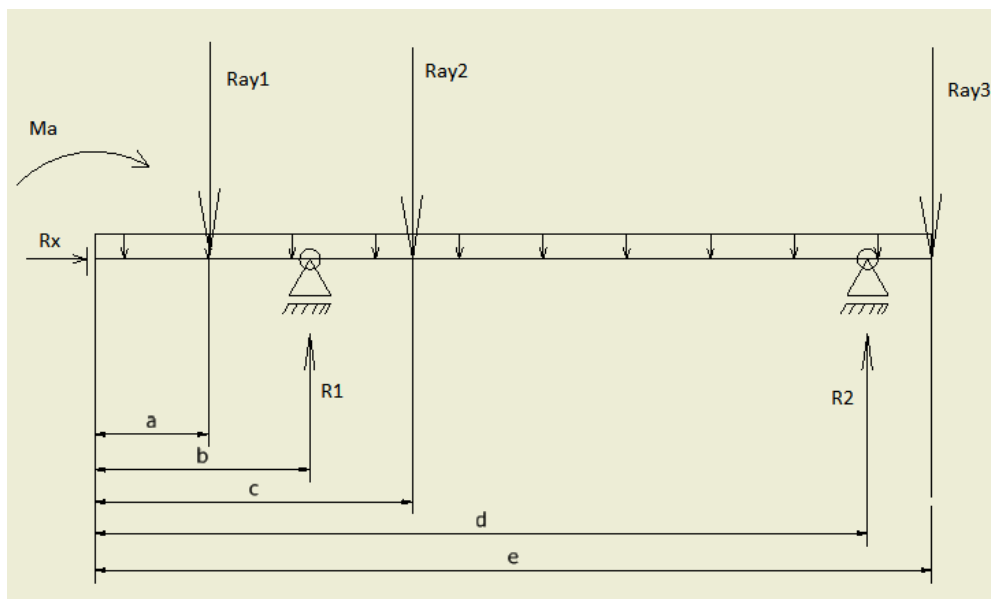
Obrázek 3-37 Mezní hodnoty průběhů ohybových momentů na podpěrných nosnících první etáže



Obrázek 3-38 Průběh ohybových momentů na podpěrných nosnících první etáže

Kontrolní výpočet nosníku N4:

Nosník N4 je namáhán reakcemi z podpěrných prutů a každá čtvrtina stojí na dvou kolech. Na obrázku 2-40 je vyobrazen způsob namáhání nosníku N4.



Obrázek 3-39 Způsob namáhání nosníku N4

Znamé veličiny:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 4,039 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 & E &= 210 \text{ GPa} \\
 a &= 290 \text{ mm} & b &= 610 \text{ mm} & c &= 1025 \text{ mm} \\
 d &= 1650 \text{ mm} & e &= 1865 \text{ mm} & q_1 &= 0,29 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \\
 y_1 &= 70,52 \text{ mm} & Ray_1 &= 5032 \text{ N} & Ray_2 &= 5211 \text{ N} \\
 Ray_3 &= 1260 \text{ N}
 \end{aligned}$$

Rovnice rovnováhy:

$$\text{Osa x: } \sum F_{ix} = 0 \quad Rx = 0 \quad (2.63)$$

$$\text{Osa y: } \sum F_{iy} = 0 \quad -(Ray_1 + Ray_2 + Ray_3) + R_1 + R_2 + q \cdot e = 0 \quad (2.64)$$

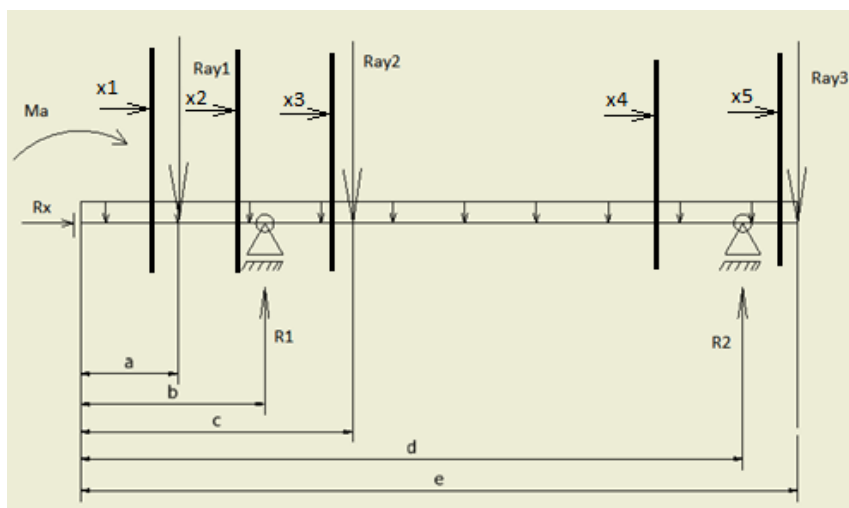
$$\text{Momenty: } \sum M_{ai} = 0 \quad -Ma - F_k b - F_k c + F_1 a + F_2 b + F_3 d - q \cdot \frac{e^2}{2} = 0 \quad (2.65)$$

Tři rovnice o čtyřech neznámých, to znamená, že se jedná o jedenkrát staticky neurčitou úlohu. Aby byla úloha řešitelná jsou potřeba dvě deformační podmínky.

Deformační podmínky: $\varphi_a = 0^\circ$

(úhel natočení v místě působení momentu musí být nulový)

Zavedením této deformační podmínky byla úloha převedena na fiktivní nosník, který už je staticky určitý s tímž, že reakce ke které se deformační podmínka vázala byla brána jako známá hodnota a rovnice k jejich vypočtení byla odvozena pomocí Castiglianovy věty.



Obrázek 3-40 Rozdělení intervalů průběhu ohybových momentů při řešení Castiglianovou větou

Intervaly platnosti jednotlivých rovnic ohybových momentů a samotné rovnice:

$$x1 \in < 0; a >$$

$$M1(x1) = -Ma + q \cdot \frac{x1^2}{2} \quad (2.66)$$

$$x2 \in < 0; b - a >$$

$$M2(x2) = -Ma + q \cdot \frac{(a+x2)^2}{2} - Ray_1 \cdot x2 \quad (2.67)$$

$$x3 \in < 0; c - b >$$

$$M3(x3) = -Ma + q \cdot \frac{(b+x3)^2}{2} - Ray_1 \cdot (b - a + x3) - R_1 \cdot x3 \quad (2.68)$$

$$x4 \in < 0; d - c >$$

$$M4(x4) = -Ma + q \cdot \frac{(c+x4)^2}{2} - Ray_1 \cdot (c - a + x4) - R_1(c - b + x4) + Ray_5 \cdot x4 \quad (2.69)$$

$$x5 \in < 0; e - d >$$

$$M5(x5) = -Ma + q \cdot \frac{(d+x5)^2}{2} - Ray_1 \cdot (d - a + x5) - R_1(d - b + x4) + Ray_5(d - c + x5) - R_2 \cdot x5 \quad (2.70)$$

Před dosazením rovnic průběhů ohybových momentů bylo potřeba vyjádřit reakce jako závislost veličiny podle, které bude parciální derivace počítána, z výrazu 2.64 a tyto rovnice dosadit.

$$R_1 = - \frac{Ma + \frac{q \cdot e^2}{2} + Ray_3 \cdot e + Ray_1 \cdot a + Ray_2 \cdot c - R_2 \cdot d}{b}$$

$$R_2 = - \frac{Ma + \frac{q \cdot e^2}{2} + Ray_3 \cdot e + Ray_1 \cdot a + Ray_2 \cdot c - R_1 \cdot b}{d}$$

Rovnice natočení nosníku v místě působení ohybového momentu Ma :

$$\varphi_a = \frac{1}{EI_3} \left(\int_0^a M1(x1) \cdot \frac{dM1(x1)}{dMa} dx1 + \int_0^{b-a} M2(x2) \cdot \frac{dM2(x2)}{dMa} dx2 + \int_0^{c-b} M3(x3) \cdot \frac{dM3(x3)}{dMa} dx3 + \int_0^{d-c} M4(x4) \cdot \frac{dM4(x4)}{dMa} dx4 + \int_0^{e-d} M5(x5) \cdot \frac{dM5(x5)}{dMa} dx5 \right) \quad 2.71$$

Vyřešení soustavy čtyř rovnic rovnic (2.63; 2.64.; 2.65; 2.71) o čtyřech neznámých a aplikací deformační podmínky, byly vyřešeny reakce působících na příčný nosník:

$$Rx = 0N$$

$$R_1 = 6072N \quad 2.72$$

$$R_2 = 3492N \quad 2.73$$

$$Ma = -44Nm$$

Výpočet ohybových momentů namáhající příčný nosník:

Pro tento výpočet bylo využito rovnic průběhu ohybových momentů (2.66 až 2.70) vytvořených pro výpočet pomocí Castiglianovy věty s tím, že do jednotlivých průběhů byly dosazeny jejich krajní hodnoty, a protože koncová hodnota jednoho průběhu se rovná počáteční hodnotě následujícího průběhu byly obě krajní hodnoty vypočteny pouze u prvního průběhu a u následujících pouze koncové:

$$M1(0) = -Ma + q \cdot \frac{x1^2}{2} = -Ma = 44Nm$$

$$M1(a) = -Ma + q \cdot \frac{x1^2}{2} = 56,2Nm$$

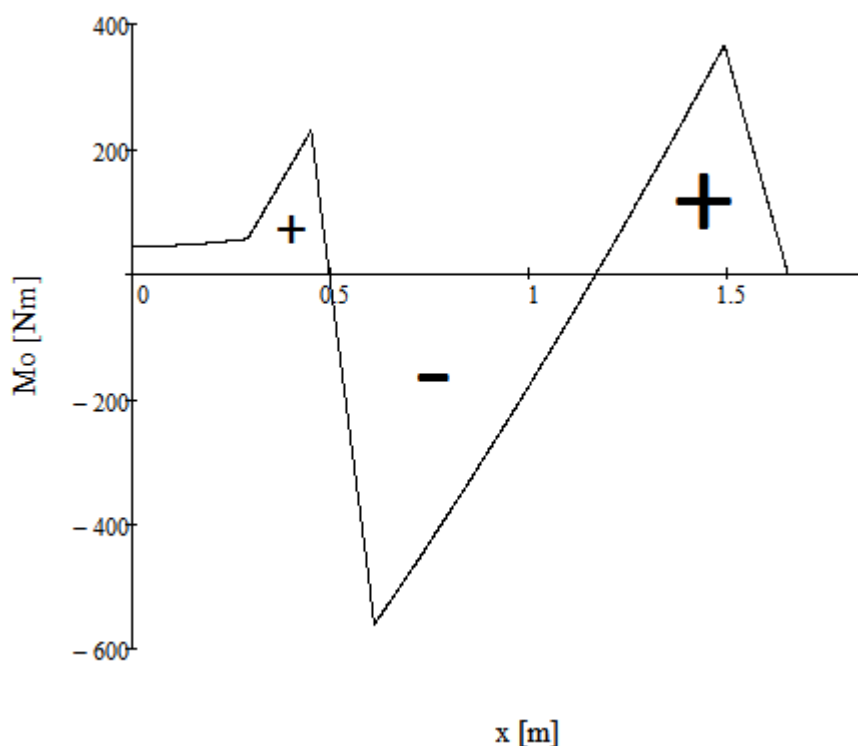
$$M2(b-a) = -Ma + q \cdot \frac{(a+x2)^2}{2} - Ray_1 \cdot x2 = 230Nm$$

$$M3(c-b) = -Ma + q \cdot \frac{(b+x3)^2}{2} - Ray_1 \cdot (b-a+x3) - R_1 \cdot x3 = -561Nm$$

$$M4(d-c) = -Ma + q \cdot \frac{(c+x4)^2}{2} - Ray_1 \cdot (c-a+x4) - R_1(c-b+x4) +$$

$$Ray_5 \cdot x4 = 366Nm$$

$$M5(e-d) = -Ma + q \cdot \frac{(d+x5)^2}{2} - Ray_1 \cdot (d-a+x5) - R_1(d-b+x4) + Ray_5(d-c+x5) - R_2 \cdot x5 = 0Nm$$



Obrázek 3-41 Průběh ohybového momentu na nosníku N4 první etáže

Maximální ohybový moment je v místě vnitřního podpěrného nosníku:

$$M_{max} = M3(c-b) = -561Nm$$

Maximální ohybové napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{I} \cdot y = \frac{|-5,61 \cdot 10^5|}{4,039 \cdot 10^6} \cdot 70,52 = 9,9MPa$$

Kontrola bezpečnosti:

Použitý materiál: QStE 420N s $R_m = 530MPa$, $R_e = 350MPa$

$$k_3 = \frac{R_e}{\sigma_{max}} = \frac{350}{9,9} = 35,4 \quad \text{Vyhovuje}$$

3.6 Kontrolní výpočet svislých nosných pruty na první a druhé etáži

3.6.1 Výpočet reakcí první a druhé etáže vůči svislým nosným prvkům

Výpočet reakcí z druhé etáže:

Znamé hodnoty:

$$Ray_{21} = 5032N \quad (2.45) \quad a = 182,5mm$$

$$Ray_{22} = 5211N \quad (2.46) \quad b = 530mm$$

$$Ray_{23} = 1260N \quad (2.47) \quad c = 857,5mm$$

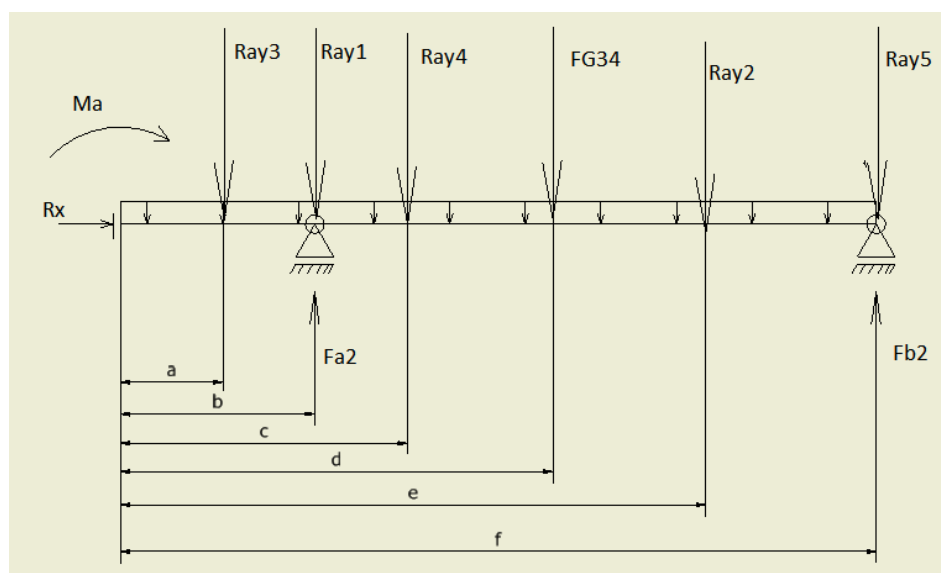
$$Ray_{24} = 7638N \quad (2.48) \quad d = 1050mm$$

$$Ray_{25} = 1763N \quad (2.49) \quad e = 1242,5mm$$

$$f = 1590mm \quad q_2 = 0,32 \frac{N}{mm}$$

Síla kterou působí dolní část klece na tu horní $F_{G34} = 26568N$

Vizualizaci skutečného působení reakcí v druhé etáži ukazuje obrázek 2-42



Obrázek 3-42 Účinky reakcí ve druhé etáži

Rovnice rovnováhy:

$$\text{Osa } x: \sum Fix = 0 \quad Rx = 0 \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned} \text{Osa } y: \sum Fiy = 0 \quad & -(Ray_{21} + Ray_{22} + Ray_{23} + Ray_{24} + Ray_{25} + F_{G34} + \\ & q_2 \cdot f) + Fa_2 \cdot b + Fb_2 \cdot f = 0 \end{aligned} \quad (2.75)$$

$$\begin{aligned} \text{Momenty: } \quad \Sigma M_{ai} = 0 \quad & -Ma - \left(Ray_{21} \cdot b + Ray_{22} \cdot e + Ray_{23} \cdot a + Ray_{24} \cdot c + \right. \\ & \left. Ray_{25} \cdot f + F_{G34} \cdot d + q_2 \cdot \frac{f^2}{2} \right) + F_{a2} \cdot b + F_{b2} \cdot f = 0 \end{aligned} \quad (2.76)$$

Z ronic rovnováhy vyplynulo, že jde o tři rovnice o čtyřech neznámých, jde tedy o jedenkrát staticky neurčitou úlohu, bylo tedy nutné zavést deformační podmínku:

$$\begin{aligned} \text{Deformační podmínky:} \quad & \varphi_a = 0^\circ \\ & (\text{úhel natočení v místě působení momentu musí být nulový}) \end{aligned}$$

Zavedením této deformační podmínky byla úloha převedena na fiktivní nosník, který už je staticky určitý s tímž, že reakce ke které se deformační podmínka vázala byla brána jako známá hodnota a rovnice k jejich vypočtení byla odvozena pomocí Castiglianovy věty.

Intervaly platnosti jednotlivých rovnic ohybových momentů a samotné rovnice:

$$x_1 \in < 0; a >$$

$$M_1(x_1) = -Ma + q_2 \cdot \frac{x_1^2}{2}$$

$$x_2 \in < 0; b - a >$$

$$M_2(x_2) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(a+x_2)^2}{2} - Ray_{23} \cdot x_2$$

$$x_3 \in < 0; c - b >$$

$$M_3(x_3) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(b+x_3)^2}{2} - Ray_{23} \cdot (b - a + x_3) + Ray_{21} \cdot x_3 - F_{a2} \cdot x_3$$

$$x_4 \in < 0; d - c >$$

$$M_4(x_4) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(c+x_4)^2}{2} - Ray_{23} \cdot (c - a + x_4) + Ray_{21}(c - b + x_4) - F_{a2}(c - b + x_4) + Ray_{24} \cdot x_4$$

$$x_5 \in < 0; e - d >$$

$$\begin{aligned} M_5(x_5) = & -Ma + q_2 \cdot \frac{(d+x_5)^2}{2} - Ray_{23} \cdot (d - a + x_5) + Ray_{21}(d - b + x_5) \\ & - F_{a2}(d - b + x_5) + Ray_{24}(d - c + x_5) - F_{G34} \cdot x_5 \end{aligned}$$

$$x_6 \in < 0; f - e >$$

$$M_6(x_6) = -Ma + q_2 \cdot \frac{(e+x_6)^2}{2} - Ray_{23} \cdot (e - a + x_6) + Ray_{21}(e - b + x_6) - F_{a2}(e - b + x_6) + Ray_{24}(e - c + x_6) - F_{G34} \cdot (e - d + x_6) + Ray_{22} \cdot x_6$$

Před dosazením rovnic průběhů ohybových momentů bylo potřeba vyjádřit reakce jako závislost veličiny podle, které bude parciální derivace počítána, z výrazu 2.64 a tyto rovnice dosadit.

$$F_{a2} = \frac{Ma - \left(Ray_{21} \cdot b + Ray_{22} \cdot e + Ray_{23} \cdot a + Ray_{24} \cdot c + Ray_{25} \cdot f + F_{G34} \cdot d + q_2 \cdot \frac{f^2}{2} \right) - F_{b2} \cdot f}{b}$$

$$F_{b2} = \frac{Ma - \left(Ray_{21} \cdot b + Ray_{22} \cdot e + Ray_{23} \cdot a + Ray_{24} \cdot c + Ray_{25} \cdot f + F_{G34} \cdot d + q_2 \cdot \frac{f^2}{2} \right) - F_{a2} \cdot b}{f}$$

Rovnice natočení nosníku v místě působení ohybového momentu Ma :

$$\varphi_a = \frac{1}{EI_3} \left(\int_0^a M1(x1) \cdot \frac{dM1(x1)}{dMa} dx1 + \int_0^{b-a} M2(x2) \cdot \frac{dM2(x2)}{dMa} dx2 + \int_0^{c-b} M3(x3) \cdot \frac{dM3(x3)}{dMa} dx3 + \int_0^{d-c} M4(x4) \cdot \frac{dM4(x4)}{dMa} dx4 + \int_0^{e-d} M5(x5) \cdot \frac{dM5(x5)}{dMa} dx5 + \int_0^{f-e} M6(x6) \cdot \frac{dM6(x6)}{dMa} dx6 \right) \quad (2.77)$$

Vyřešení soustavy čtyř rovnic rovnic (2.74 až 2.77) o čtyřech neznámých a aplikací deformační podmínky, byly vyřešeny reakce působících na příčný nosník:

$$Rx = 0N$$

$$F_{a2} = 34330N \quad (2.78)$$

$$F_{b2} = 13650N \quad (2.79)$$

$$Ma = -47020Nm$$

Výpočet reakcí z první etáže:

Při výpočtu reakcí v tomto patře můžeme využít výpočtových rovnic, které byly vytvořeny pro výpočet reakcí druhé etáže díky její obsáhlosti. Pro využití už hotových rovnic bylo pouze nutné dodržet hierarchii umístění sil. A proto veličiny vkládané vypadají takto:

$$Ray_{21} = 0N \quad a = 0mm$$

$$Ray_{22} = R_2 = 3492N \quad (2.73) \quad b = 530mm$$

$$Ray_{23} = R_1 = 6072N \quad (2.72) \quad c = 0mm$$

$$Ray_{24} = 0N \quad d = 1490mm$$

$$Ray_{25} = 0N \quad e = 0mm$$

$$f = 1590mm \quad q_2 = q_1 = 0,29 \frac{N}{mm}$$

V tuto chvíli bylo možné využít rovnic 2.74 až 2.77 a vyřešit se změřenými hodnotami rovnice znovu a získat tak reakce v první etáži.

$$R_x = 0N$$

$$F_{a1} = 9757N \quad (2.80)$$

$$F_{b1} = 1677N \quad (2.81)$$

$$M_a = -7550Nm$$

3.6.2 Výpočet napětí v nosných svislých prutech první a druhé etáže:

Znamé veličiny:

$$\text{Spojité zatížení:} \quad q_{bo} = 0,262 \frac{N}{mm}$$

$$\text{Výška první etáže:} \quad H_1 = 2700mm$$

$$\text{Výška druhé etáže:} \quad H_2 = 2300mm$$

$$\text{Průřez prutu A:} \quad S_A = 2256mm^2$$

$$\text{Průřez prutu B:} \quad S_B = 1725mm^2$$

Použitý materiál: QStE 420N s $R_m = 530MPa$, $R_e = 350MPa$

Reakce zatěžující nosné pruty:

Prut A - blíž rovině simetrie

$$F_{a1} = 9757N \quad (\text{převzato z 2.80}) \quad F_{a2} = 34330N \quad (\text{převzato z 2.78})$$

$$R_a = F_{a1} + F_{a2} + q_{bo} \cdot (H_1 + H_2)$$

$$R_a = 9757 + 34330 + 0,262 \cdot (2300 + 2700)$$

$$R_a = 45397N$$

Prut B - dál od rovina simetrie

$$F_{b1} = 1677N \quad (\text{převzato z 2.81}) \quad F_{b2} = 13650N \quad (\text{převzato z 2.79})$$

$$R_b = F_{b1} + F_{b2} + q_{bo} \cdot (H_1 + H_2)$$

$$R_b = 1677 + 13650 + 0,262 \cdot (2300 + 2700)$$

$$R_b = 16637N$$

Prut A:

$$\sigma_{tA} = \frac{Ra}{S_A}$$
$$\sigma_{tA} = \frac{42397}{2256}$$
$$\sigma_{tA} = 20,1MPa$$

Prut B:

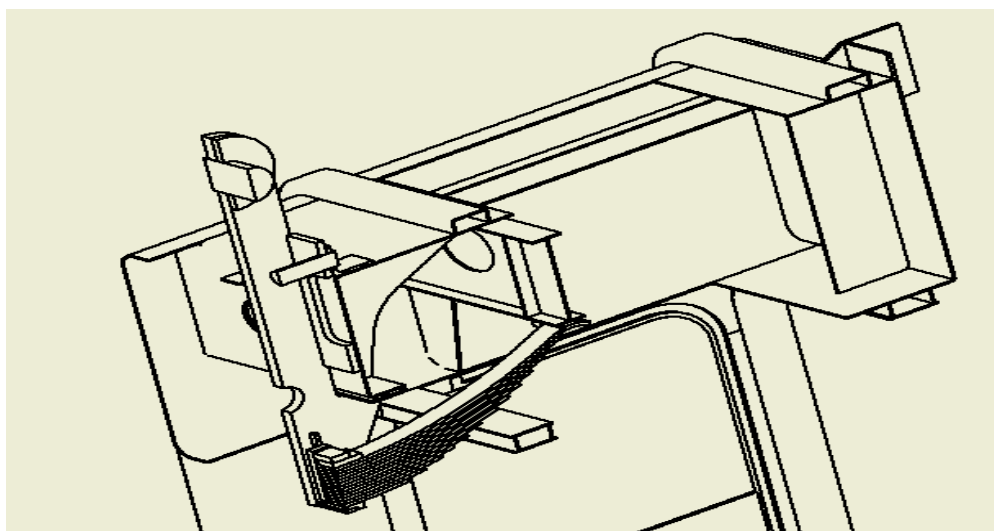
$$\sigma_{tB} = \frac{Rb}{S_B}$$
$$\sigma_{tB} = \frac{16637}{1725}$$
$$\sigma_{tB} = 7,8MPa$$

Kontrola bezpečnosti:

$$k_A = \frac{Re}{\sigma_{tB}} = \frac{350}{20,1} = 17,4 \quad \text{Vyhovuje}$$
$$k_B = \frac{Re}{\sigma_{tB}} = \frac{350}{7,8} = 44,9 \quad \text{Vyhovuje}$$

3.7 Kontrolní výpočet nulté etáže

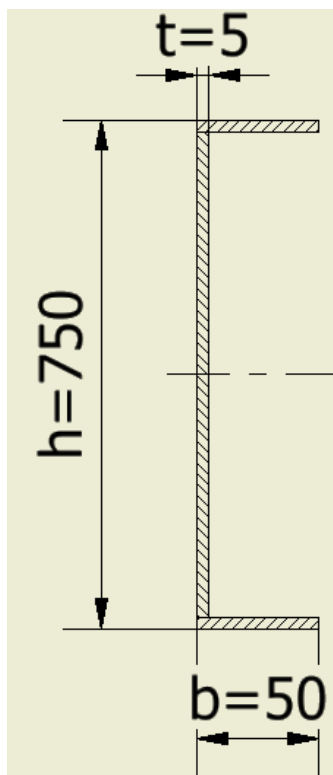
Hlavní nosnými prvky nulté etáže, nebo-li taky "hlavy" důlní klece jsou boční plechy. Polovinu je vidět v zadní části na obrázku 2-44.



Obrázek 3-43 Čtvrtinový řez "hlavou" klece

3.7.1 Kontrolní výpočet hlavního nosního prvku

Výpočet plošného momentu setrvačnosti:



$$I = \frac{bh^3 - (b-t)(h-2t)^3}{12}$$

$$I = \frac{50 \cdot 750^3 - (50 - 5)(750 - 2 \cdot 5)^3}{12}$$

$$I = 3,079 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

Tento nosník je lokálně vyztužen několika dalšími prvky, ale vzhledem k celkové tuhosti bočního plechu se daní uvažovat za zanedbatelné.

Poloha neutrální osy hlavního nosného prvku nulté etáže:

$$y_t = \frac{h}{2} = \frac{750}{2} = 375 \text{ mm}$$

Nejvzdálenější vlákno od neutrální osy podpěrných nosníků

Obrázek 3-44 Průřez hlavního nosného prvku nulté etáže

$$y = h - y_t = 750 - 375 = 375 \text{ mm}$$

3.7.2 Výpočet reakcí průběhů ohybových momentů v nulté etáži

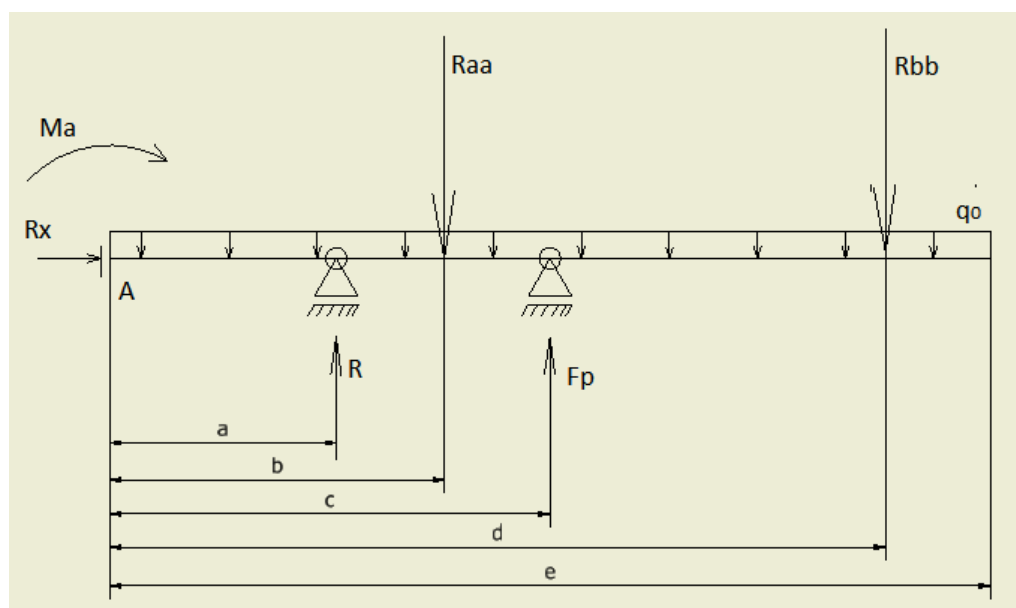
Výpočet spojitého zatížení působící na všechny prvky nulté etáže:

Hmotnost celé 2. etáže: $m_2 = 543 \text{ kg}$

Délka všech nosníků ve 2. etáži: $L_2 = 6.1190 + 2.3710 = 14560 \text{ mm}$

Spojité zatížení čtvrté etáže: $q_2 = \frac{m_2 \cdot g \cdot \alpha}{L_2} = \frac{543 \cdot 9,81 \cdot 1,05}{14560} = 0,38 \frac{\text{N}}{\text{mm}}$

Způsob zatížení hlavního nosného prvku nulté etáže je vyobrazen na obrázku 2-46.



Obrázek 3-45 Způsob zatížení bočního plechu jako hlavního nosného prvku nulté etáže

Znamé veličiny:

$R_a = 45397N$	$I = 8,079 \cdot 10^8 mm^4$	$E = 210GPa$
$R_b = 16637N$	$a = 191mm$	$b = 530mm$
$c = 710mm$	$d = 1590mm$	$e = 1715mm$
$q_0 = 0,38 \frac{N}{mm}$	$y = 375mm$	

Výpočet síly, která nahrazuje hmotnost stříšky:

Hmotnost stříšky: $m_s = 240kg$

Stříška je opřena o nultou etáž v osmi místech

Síla od stříšky: $F_s = \frac{m_s \cdot g \cdot \alpha}{8} = \frac{240 \cdot 9,81 \cdot 1,05}{8} = 310N$

Hmotnost poloviny vodícího zařízení:

$$F_v = 1160N$$

Výpočet zátěžových sil:

$$R_{bb} = R_b + F_v + F_s$$

$$R_{bb} = 16637 + 1160 + 310$$

$$R_{bb} = 18107N$$

$$R_{aa} = R_a + F_s$$

$$R_{aa} = 45397 + 310$$

$$R_{aa} = 45707N$$

Rovnice rovnováhy:

$$\text{Osa } x: \sum F_{ix} = 0 \quad R_x = 0$$

(2.82)

$$\text{Osa } y: \sum F_{iy} = 0 \quad -q \cdot e + R + F_p - R_{aa} - R_{bb} = 0 \quad (2.83)$$

$$\text{Momenty: } \sum M_{ai} = 0 \quad -M_a + R \cdot a - R_{aa} \cdot b + F_p \cdot c - R_{bb} \cdot d - q \cdot \frac{e^2}{2} = 0 \quad (2.84)$$

Sepsáním rovnic rovnováhy jsme dostali tři rovnice o čtyřech neznámých. Jde tedy o jedenkrát staticky neurčitou úlohu. Je tedy potřeba zavést jednu deformační podmínku.

$$\text{Deformační podmínky: } \varphi_a = 0^\circ$$

(úhel natočení v místě působení momentu musí být nulový)

Zavedením této deformační podmínky byla úloha převedena na fiktivní nosník, který už je staticky určitý s tímž, že reakce ke kterou se deformační podmínka vázala byla brána jako známá hodnota a rovnice k jejich vypočtení byla odvozena pomocí Castiglianovy věty.

Intervaly platnosti jednotlivých rovnic ohybových momentů a samotné rovnice:
 $x_1 \in < 0; a >$

$$M_1(x_1) = -M_a + q_0 \cdot \frac{x_1^2}{2} \quad (2.85)$$

$x_2 \in < 0; b - a >$

$$M_2(x_2) = -M_a + q_0 \cdot \frac{(a+x_2)^2}{2} - R \cdot x_2 \quad (2.86)$$

$x_3 \in < 0; c - b >$

$$M_3(x_3) = -M_a + q_0 \cdot \frac{(b+x_3)^2}{2} - R \cdot (b - a + x_3) + R_{aa} \cdot x_3 \quad (2.87)$$

$$x_4 \in \langle 0; d - c \rangle$$

$$M_4(x_4) = -Ma + q_0 \cdot \frac{(c+x_4)^2}{2} - R \cdot (c - a + x_4) + Raa(c - b + x_4) - Fp \cdot x_4$$

$$x_5 \in \langle 0; e - d \rangle \tag{2.88}$$

$$M_5(x_5) = -Ma + q_0 \cdot \frac{(d+x_5)^2}{2} - R \cdot (d - a + x_5) + Raa(d - b + x_5) - Fp(d - c + x_5) + Rbb \cdot x_5 \tag{2.89}$$

Před dosazením rovnic průběhů ohybových momentů bylo potřeba vyjádřit reakce jako závislost veličiny podle, které bude parciální derivace počítána, z výrazu 2.83 a tyto rovnice dosadit.

$$R = - \frac{-Ma - Raa \cdot b + Fp \cdot c - Rbb \cdot d - q \cdot \frac{e^2}{2}}{a}$$

$$Fp = - \frac{-Ma - Raa \cdot b + R \cdot a - Rbb \cdot d - q \cdot \frac{e^2}{2}}{c}$$

Rovnice natočení nosníku v místě působení ohybového momentu M_a :

$$\varphi_a = \frac{1}{EI_3} \left(\int_0^a M_1(x_1) \cdot \frac{dM_1(x_1)}{dMa} dx_1 + \int_0^{b-a} M_2(x_2) \cdot \frac{dM_2(x_2)}{dMa} dx_2 + \int_0^{c-b} M_3(x_3) \cdot \frac{dM_3(x_3)}{dMa} dx_3 + \int_0^{d-c} M_4(x_4) \cdot \frac{dM_4(x_4)}{dMa} dx_4 + \int_0^{e-d} M_5(x_5) \cdot \frac{dM_5(x_5)}{dMa} dx_5 \right) \tag{2.91}$$

Vyřešení soustavy čtyř rovnic rovnic (2.82 až 2.85) o čtyřech neznámých a aplikací deformační podmínky, byly vyřešeny reakce působících na příčný nosník:

$$R_x = 0N$$

$$R = -105kN$$

$$Fp = 157,9kN$$

$$Ma = 5,164 \cdot 10^4 Nm$$

Výpočet ohybových momentů namáhající hlavní nosný prvek:

Pro tento výpočet bylo využito rovnic průběhu ohybových momentů (2.85 až 2.90) vytvořených pro výpočet pomocí Castiglianovy věty s tím, že do jednotlivých průběhů byly dosazeny jejich krajní hodnoty, a protože koncová hodnota jednoho průběhu se rovná počáteční hodnotě následujícího průběhu byly obě krajní hodnoty vypočteny pouze u prvního průběhu a u následujících pouze koncové:

$$M1(0) = -Ma + q_0 \cdot \frac{x1^2}{2} = -Ma = -5 \cdot 10^4 Nm$$

$$M1(a) = -Ma + q_0 \cdot \frac{x1^2}{2} = -5 \cdot 10^4 Nm$$

$$M2(b-a) = -Ma + q_0 \cdot \frac{(a+x2)^2}{2} - R \cdot x2 = -1,439 \cdot 10^4 Nm$$

$$M3(c-b) = -Ma + q_0 \cdot \frac{(b+x3)^2}{2} - R \cdot (b-a+x3) + Raa \cdot x3 = 1,162 \cdot 10^4 Nm$$

$$M4(d-c) = -Ma + q_0 \cdot \frac{(c+x4)^2}{2} - R \cdot (c-a+x4) + Raa(c-b+x4) -$$

$$Fp \cdot x4 = 2,969 Nm$$

$$M5(e-d) = -Ma + q_0 \cdot \frac{(d+x5)^2}{2} - R \cdot (d-a+x5) + Raa(d-b+x5) -$$

$$Fp(d-c+x5) + Rbb \cdot x5 = 0 Nm$$

Maximální ohybový moment je v místě vnitřního podpěrného nosníku:

$$M_{max} = M1(0) = -5 \cdot 10^4 Nm$$

Maximální ohybové napětí:

$$\sigma_{max} = \frac{|M_{max}|}{I} \cdot y = \frac{|-5 \cdot 10^7|}{8,079 \cdot 10^8} \cdot 375 = 23,5 MPa$$

Kontrola bezpečnosti:

Použitý materiál: QStE 420N s $Rm = 530 MPa$, $Re = 350 MPa$

$$k = \frac{Re}{\sigma_{max}} = \frac{350}{23,5} = 14,9 \quad \text{Vyhovuje}$$

4 Numerický výpočet

Po všech zjednodušeních byl model rozdělen na dvě části: klec a první etáž. Před dalším pokračováním tvorby výpočtového modelu, byly z důvodu snadnější práce, rozděleny součásti modelu klece, do 5 skupin:

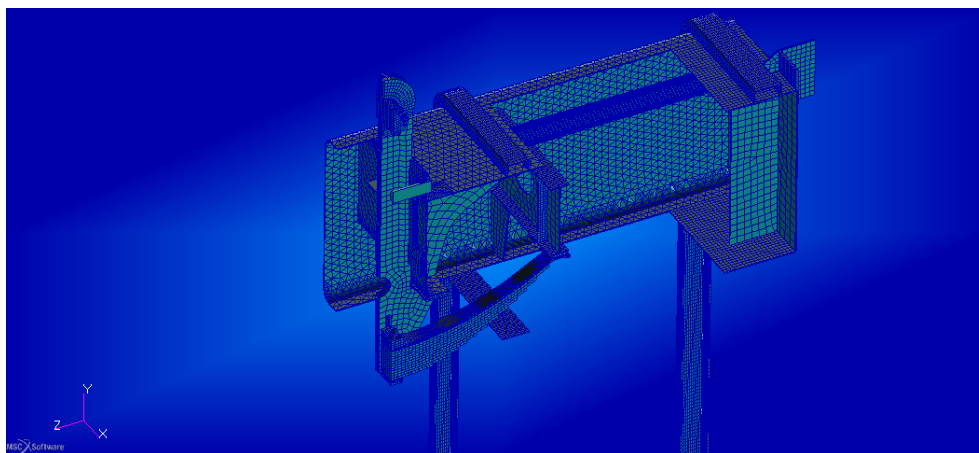
- Pružina: obsahuje hlavní nosnou část hlavy klece a pružinu
- Hlava: zde patří celá hlava klece bez součástí náležejících skupiny Pružina
- Horní patra: Obsahuje horní patra
- Čep: Obsahuje pouze čep spojující horní a dolní patra
- Dolní patra: Obsahuje dolní patra

Všem součástem modelu byly přiřazeny vlastnosti materiálu:

- modul pružnosti v tahu $E = 210\text{GPa}$
- poissonovo číslo $\mu = 0,3$
- hustota $\rho = 9360 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, tato hodnota je vyšší o 20% proti skutečné hustotě oceli z důvodu, že během zjednodušování modelu bylo odstraněno asi 20% hmoty a aby nedošlo ke zkreslení výsledků vlivem nižší hmotnosti, musela být o tuto hodnotu navýšena hustota zbylého materiálu.

4.1 Síť

Po očištění modelu od všech částí, které nevýznamně nebo vůbec neovlivňují nosnost rámové konstrukce, a rozdělení modelu na čtvrtiny, byla na něm vytvořena síť. Na součásti které to dovolovaly byl použit automatický síťář IsoMesh, tedy na velice jednoduchého tvaru. Zbylé součásti byly z naprosté většiny vysítovány pomocí nástrojů mesh surface a následně nástrojem sweep - extrude nebo sweep arc. Posledních pár součástí, na kterých to nešlo nebo by to bylo značně složité byl použit automatický síťář TetMesh s použitím elementů tet10, tedy elementů s meziuzly. Při použití všech způsobů tvorby sítě byl brán velký důklad na to aby výsledné elementy nebyly příliš velké ani příliš malé. Zbytečně by totiž docházelo ke skreslování výsledků nebo zbytečnému nárůstu výpočetního času.

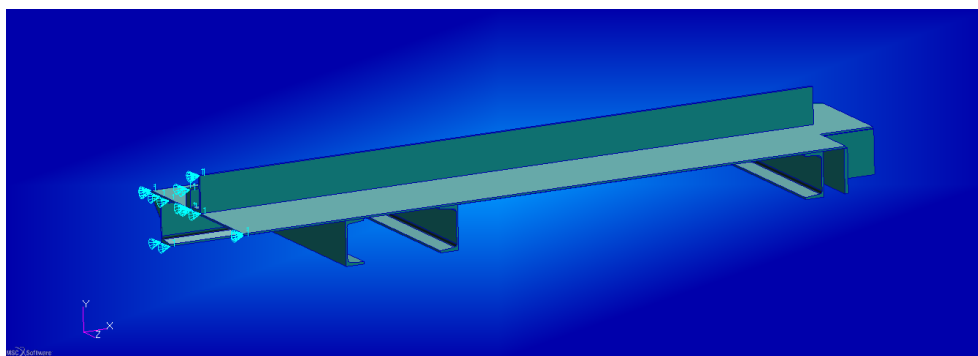


Obrázek 4-1 Příklad vysítování

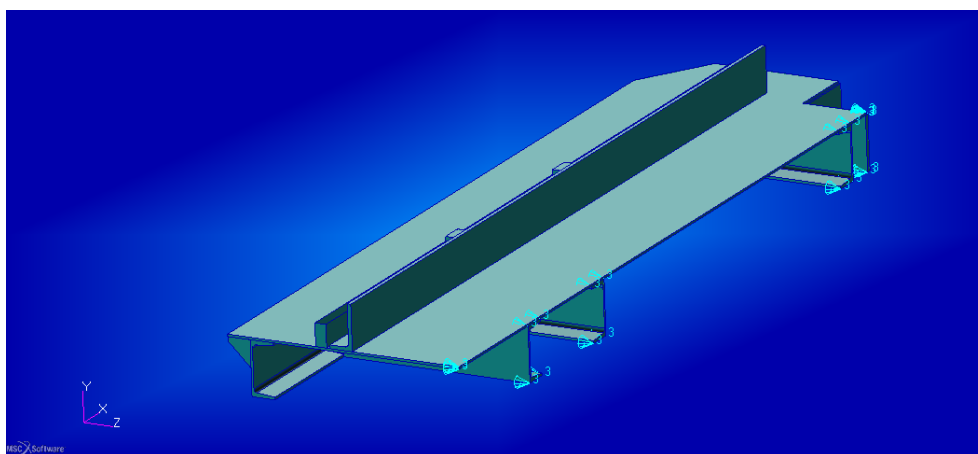
4.2 Okrajové podmínky

4.2.1 Kinematické

Pomocí kinematických okrajových podmínek bylo zamezeno pohybu v kolmém směru na roviny kterými byl model rozdělen na čtvrtiny, čímž nahrazovaly odebrané části modelu bez zkreslení výsledků. Názorná ukázka jak tomu bylo učiněno je na výsuvné první etáži, kde je přehlednost mnohem větší, než na velkém modelu.

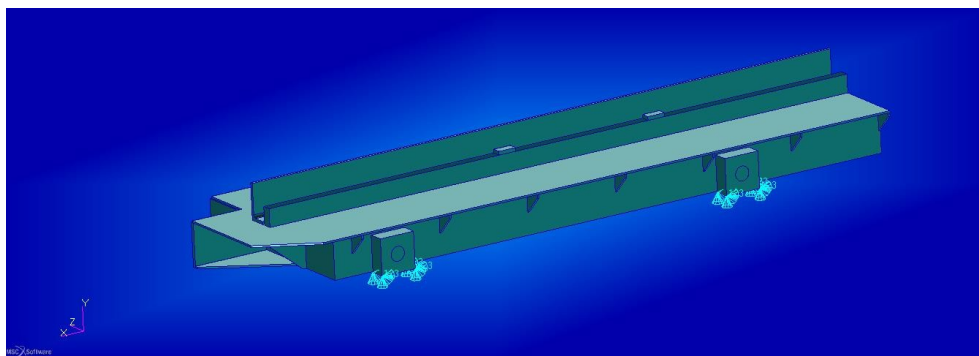


Obrázek 4-2 Znázornění zavedení okrajové podmínky zamezující posuv v ose x



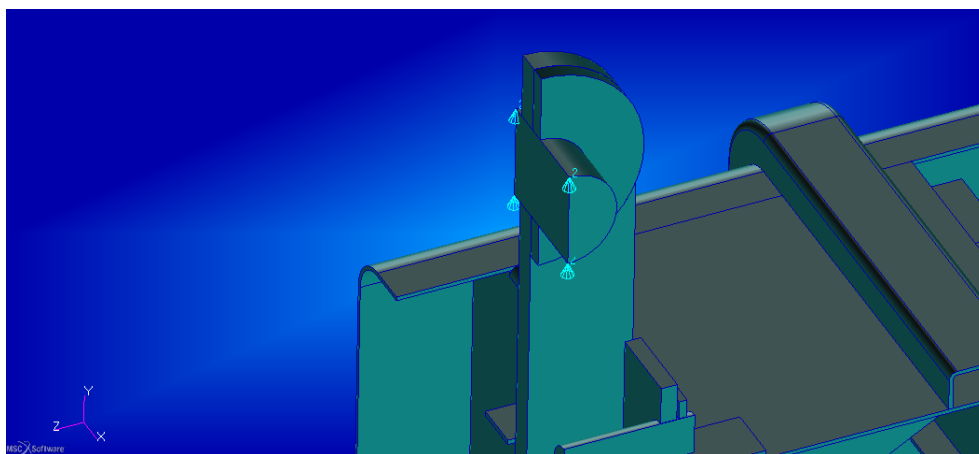
Obrázek 4-3 Znázornění zavedení okrajové podmínky zamezující posuv v ose x

Kinematická podmínka zamezující pohyb ve všech třech osách byla aplikována na kola vyjmuté první etáže, čím byly nahrazeny chybějící koleje.



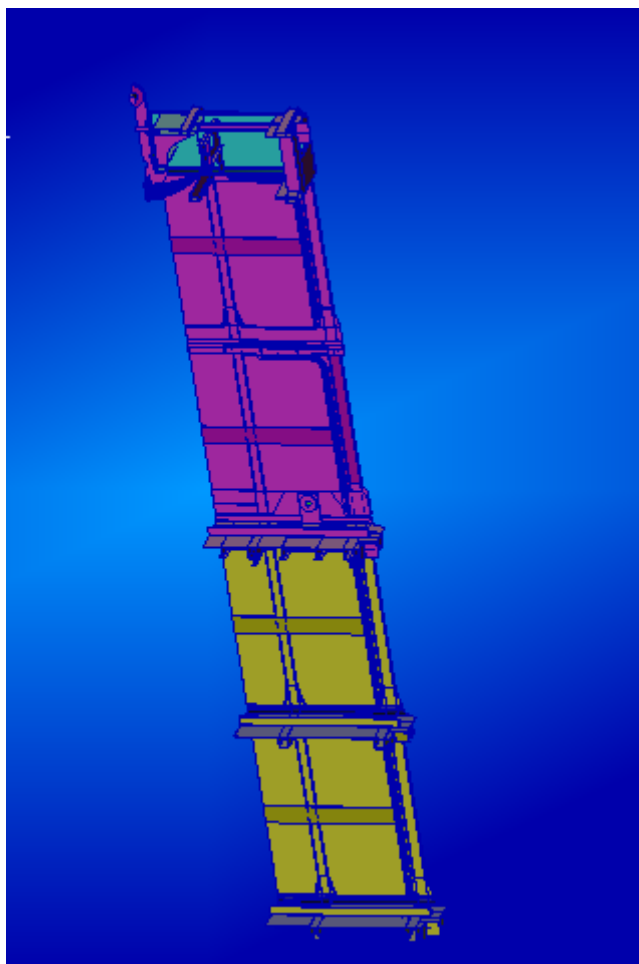
Obrázek 4-4 zachycení posuvu kol ve všech osách u první etáže

Na čep za, který v provozním stavu klec visí byla aplikovaná okrajová podmínka zamezující pohyb v ose y.



Obrázek 4-5 Znáznornění aplikace okrajové podmínky zamezující pohyb v ose y

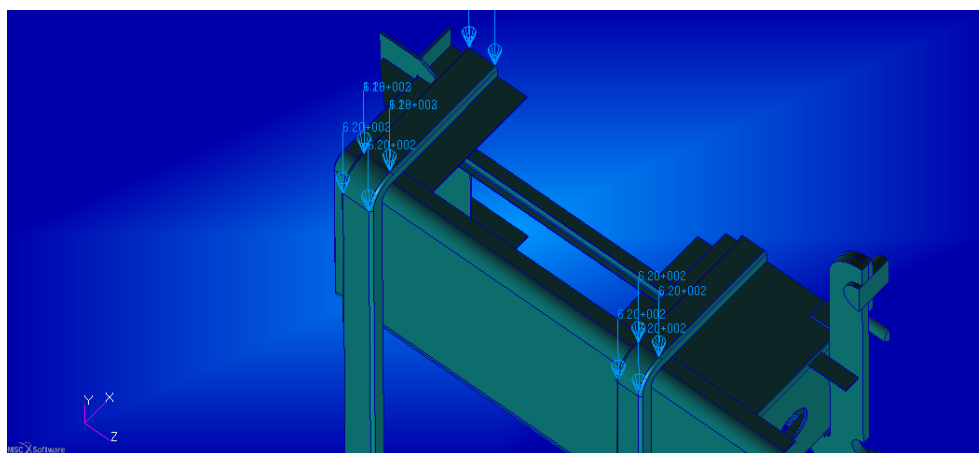
Kontakty jako okrajová podmínka: Při vytváření kontaktů bylo nutno dodržet aby se v jedné skupině kontaktů neobjevily elementy jak s mezi uzly tak bez nich.



Obrázek 4-6 Grafické znázornění rozložení kontaktů

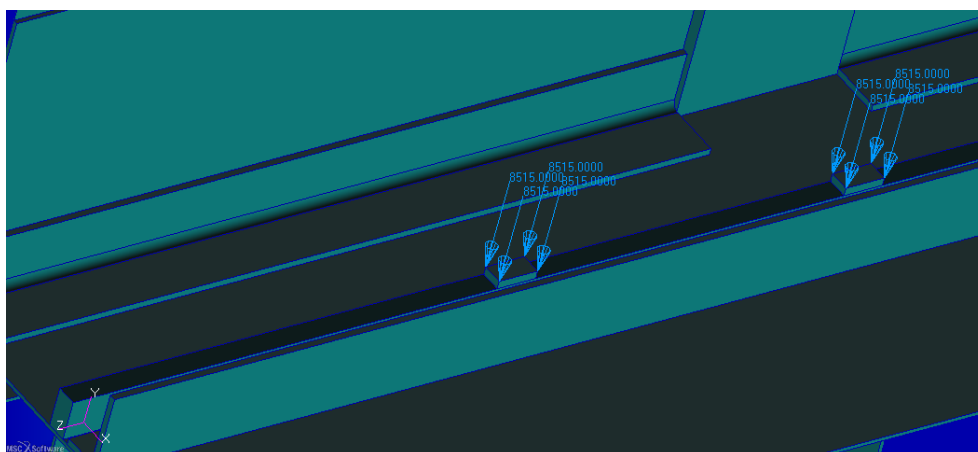
4.2.2 Silové

Silovými okrajovými podmínkami byly nahrazeny velké součásti, které byly odstraněny z důvodu lokálního zatěžování konstrukce.



Obrázek 4-7 Příklad zavedení sil nahrazujících velké součásti

Dále jimi byly nahrazeny reakce od kol důlních vozíků plných uhlí.



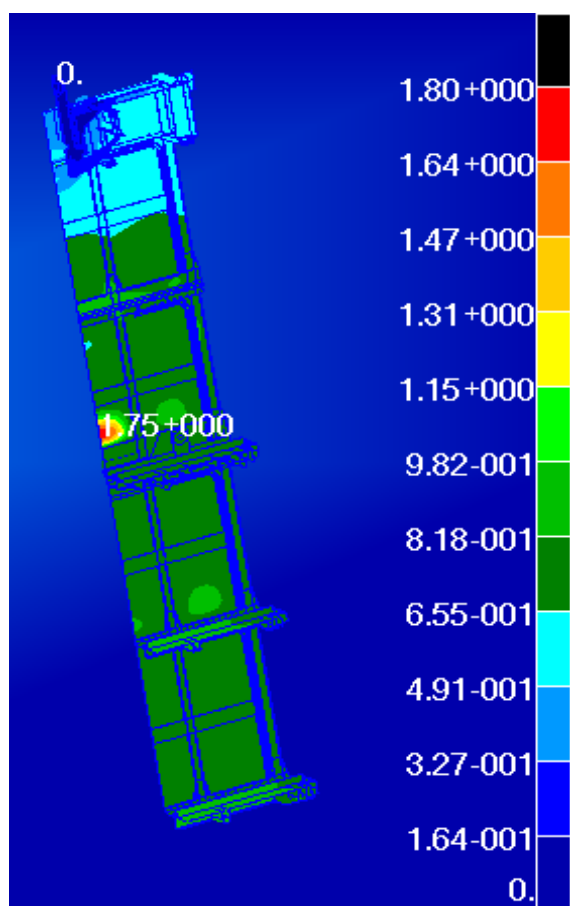
Obrázek 4-8 Ukázka nahrazení kol vozíku silami

Nebo od kol první etáže, která byla při výpočtu vyjmuta, vyřešena zvlášť a podle reakčních sil z výsledků byly zavedeny síly do míst, kde se nacházejí kola první etáže, když je zasunutá.

Jako poslední silovou podmínkou byla aplikovaná gravitace.

4.3 Výsledky

4.3.1 Posuvy na globálním modelu



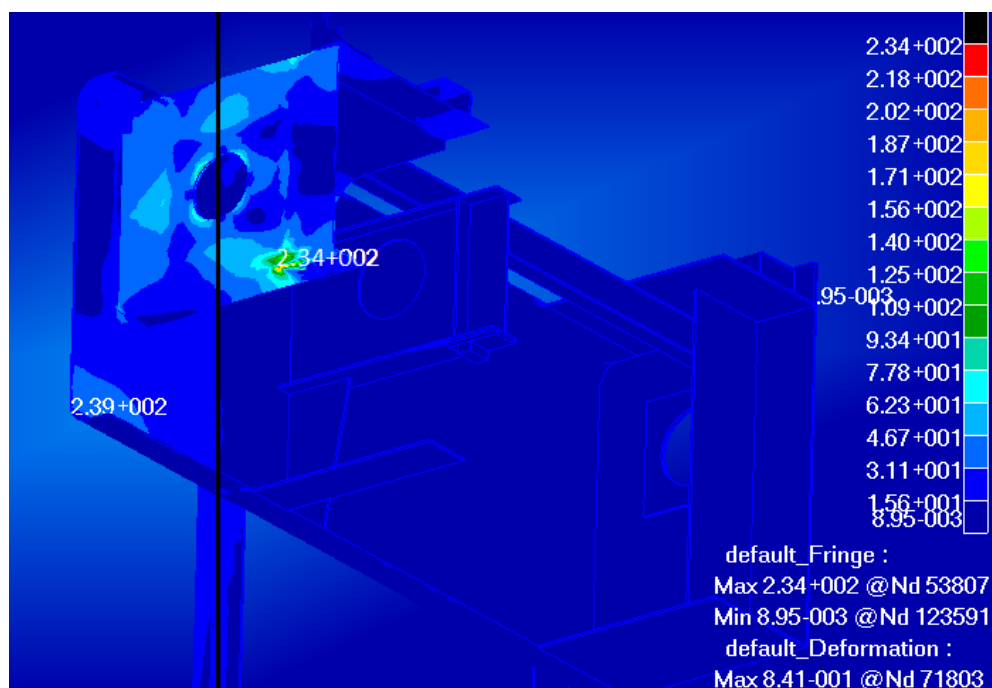
Posuvy na globálním modelu ukazují jak moc jsou boční stěny klece poddajné ve směru jejich normály. Ohybové momenty vyvolané jednotlivými etážemi působící na stěny klece vyvolávají tak velký prohyb stěn k sobě výslednice posunutí stěn překonávají průhyby v etážích.

Vysoké maximum nad druhou etáží u roviny souměrnosti pouze poukazuje na to že v nosnících ve druhé etáži okolo toho místa budou podpěrné nosníky přenášet velké reakce od příčného nosníku.

Obrázek 4-9 Vyobrazení globálních posuvů

4.3.2 Napětí nad jednotlivými částmi klece

Hlava klece



Obrázek 4-10 Vyobrazení průběhu napětí na hlavě klece

V levé části složeného obrázku jsou vidět singularity. Když byly elementy obsahující singularity odebrány z výběru objevilo se maximum pod podpěrným plechem o velikosti $\sigma = 234 \text{ MPa}$.

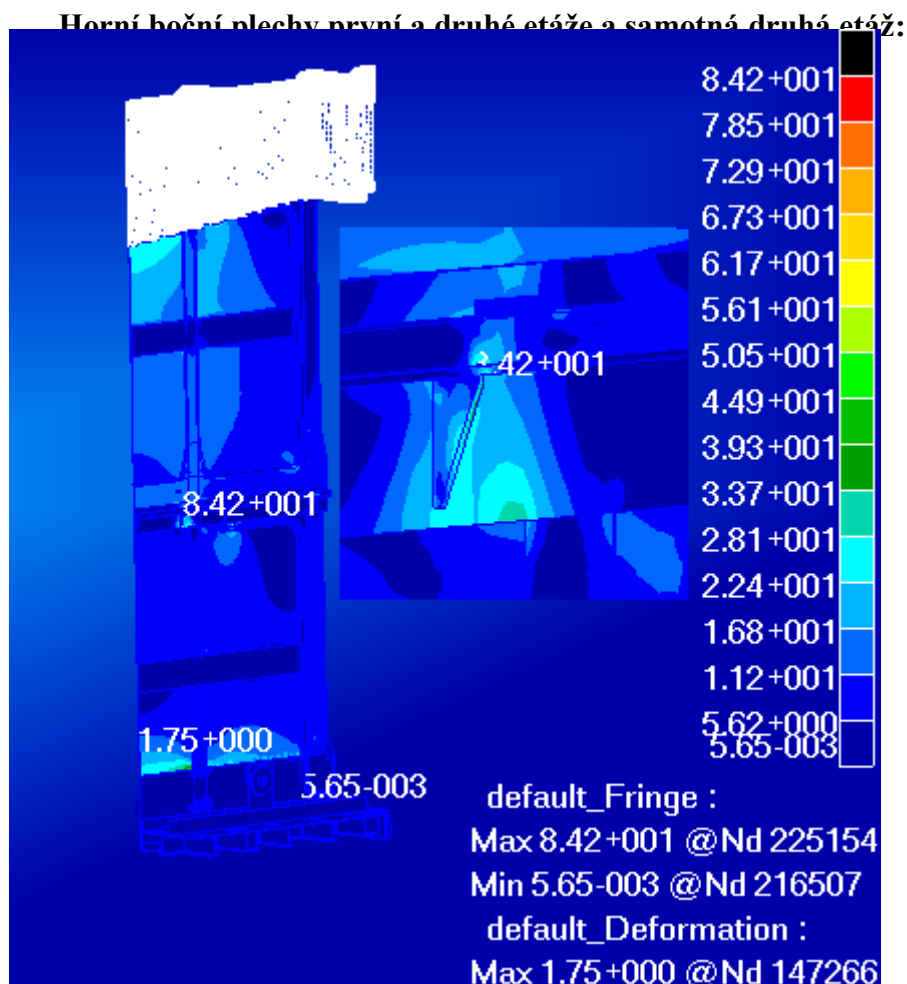
Použitý materiál na místo výskytu špičky napětí:

QStE 420N s $R_m = 530 \text{ MPa}$, $R_e = 350 \text{ MPa}$

Výpočet bezpečnosti:

$$k = \frac{R_e}{\sigma} = \frac{350}{234} = 1,5 \quad \text{Vyhovuje}$$

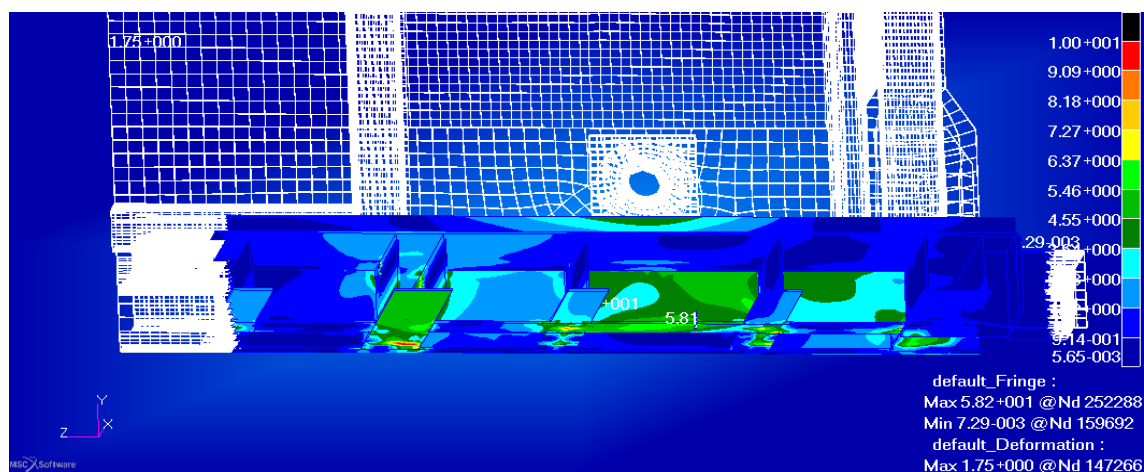
Z důvodu porovnání vůči analytickému výpočtu uvádím napětí v rovině souměrnosti v horní části bočního nosného plechu 28 MPa



Obrázek 4-11 Průběh napětí na bočních plechách první a druhé etáže

Špička $\sigma = 84,2MPa$, která se zde objevila je jak je vidět v detailu způsobená přímým působením kola první etáže přímo na jeden z podpěrných plechů.

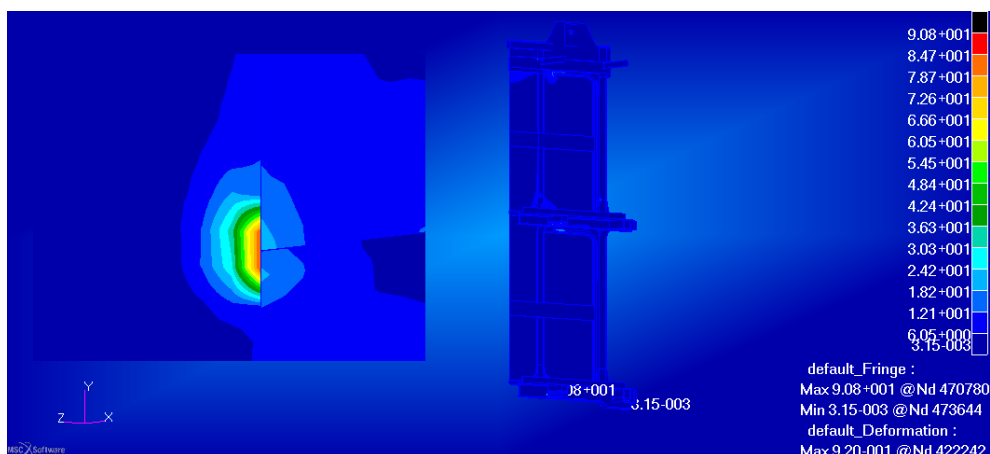
Posouzení příčného nosníku druhé etáže:



Obrázek 4-12 Grafické zobrazení posuzování druhé etáže

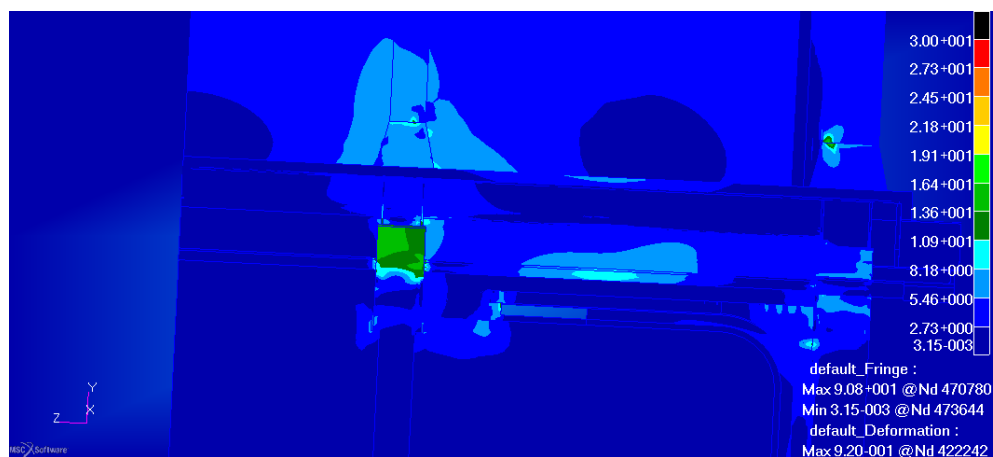
Maximální hodnota která se objevila na příčném nosníku druhé etáže a nebyla nepříznivě ovlivněna kontakty byla $\sigma = 5,81\text{MPa}$

Globální posouzení výskytu napětí na třetí a čtvrté etáži:



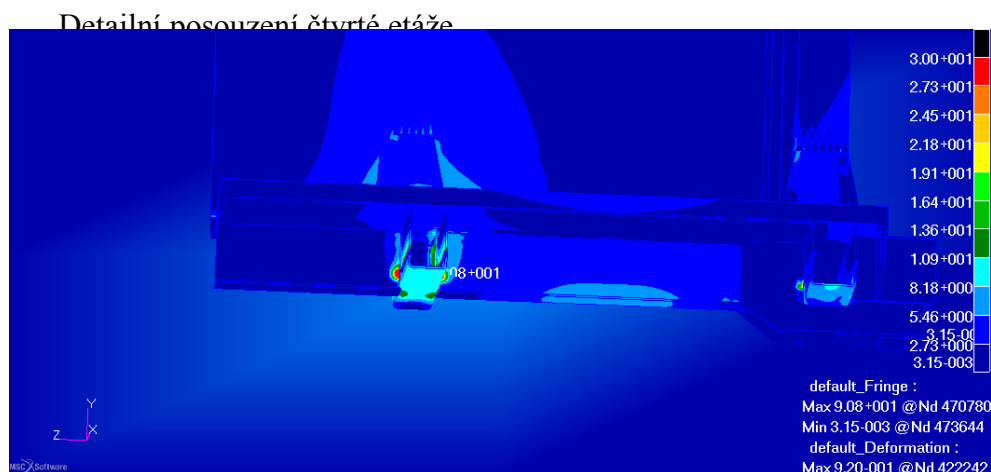
Obrázek 4-13 Vyobrazení singularit ve čtvrté etáži s detailem

Nejvyšší hodnota napětí se vyskytuje v místě singularity a při jejím ignorování je další nejvyšší špička až nějakých 16MPa na podpěrném nosníku třetí etáže.



Obrázek 4-14 průběh napětí ve třetí etáži

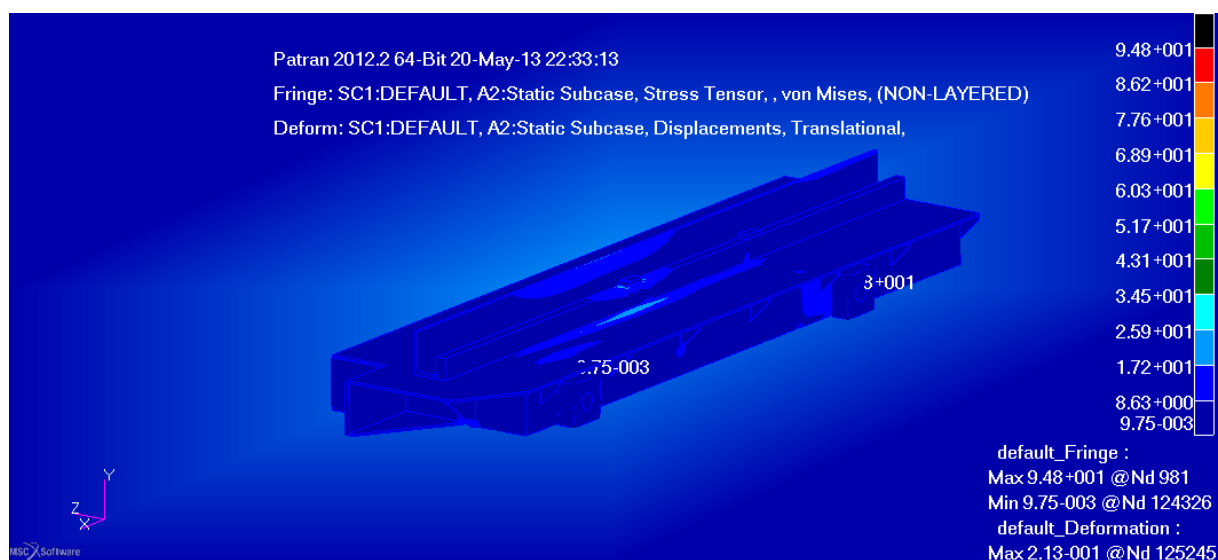
Na třetí etáži se kromě napětí 16MPa na podpěrném nosníku objevilo napětí 10,5MPa uprostřed příčného nosníku.



Obrázek 4-15 Průběh napětí ve čtvrté etáži

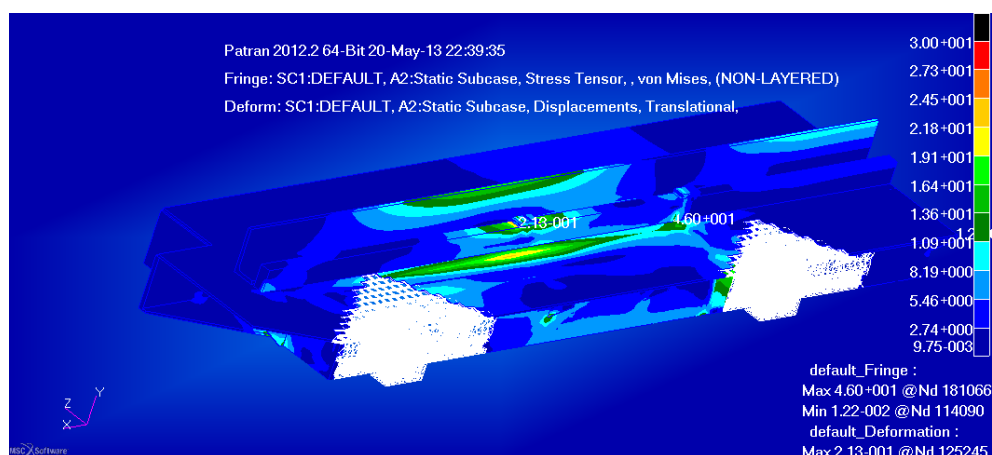
Z výsledků jde vyčíst, že pominutím singularit jsou největšími hodnotami na čtvrté etáži 9,3 MPa na vnitřním podpěrném nosníku a 6,9 MPa uprostřed příčného nosníku.

Posouzení napětí na první etáži:



Obrázek 4-16 Globální průběh napětí první etáže

Největší napětí na první etáži vzniká ve styčných plochách čepu kola a nosníku 94,8MPa. Z pohledu rámu se zde objevuje největší napětí uprostřed příčného nosníku a to 22,3MPa.



Obrázek 4-17 Průběh napětí v první etáži bez oblastí kolem kol

5 Srovnání výsledků obou metod

Srovnání napětí na příčných nosnících jednotlivých pater:

	Analytická metoda [MPa]	Numerická metoda [MPa]	$\left \frac{AN - NM}{AN} \right $ [%]
1. etáž	25,6	22,3	12,8%
2.etáž	8,2	5,8	29,3%
3.etáž	8,6	10,5	22%
4.etáž	6,5	6,9	6%
Boční nosný plech	23,5	27,2	15,7%

Z výsledných hodnot lze usoudit, že obě metody dávají velice podobné výsledky. Výjimkou je druhá etáž, kde se vyskytl problém v nazelení ideálního způsobu řešení analytickým způsobem, proto není až tak překvapivé, že výsledky byly rozdílné skoro o 30%.

6 Závěr

Během postupu práce byl zadáný model zjednodušen a díky symetrii podle dvou rovin byla rozdělena na čtvrtiny, kde odstraněné části klece byly nahrazeny vazbami aby nedošlo k chybám ve výpočtu. Následný analytický i numerický výpočet probíhal pouze na této čtvrtině klece.

Při analytickém výpočtu bylo využito znalostí pružnosti a pevnosti především řešení staticky neurčitých úloh Castiglianovy věty a výpočtu momentů setrvačnosti.

Ve všech etážích byly zkontrolovány jak příčné tak podpěrné nosníky a hodnoty všech napětí se pohybovaly z naprosté většiny okolo 10MPa s výjimkou první etáže, která kvůli menším rozměrům nosníků a méně stabilnímu uložení, vzhledem k možnosti jejího vysunutí dosahovala hodnota napětí 25,6MPa. Další výjimkou byl boční plech v nulté etáži, ve kterém se objevilo napětí také mezi 23,5MPa.

Při výpočtech pomocí MKP softwaru MSC Patran/Nastran byl vytvořen výpočtový model o 540961 uzlech a celkem 279678 elementech. Kde byla většina z nich vytvořena pomocí sítě IsoMesh nebo pomocí funkce sweep. Jen několik málo součástí bylo vysítováno pomocí automatického síťáře TetMesh s prvky tet10 tedy prvky s meziuzly.

Při porovnání výsledků obou metod bylo zjištěno, že dosahují podobných výsledků a až na jeden výpočet, kde analytický způsob řešení nebyl nejideálnější byla rozdílnost výsledků maximálně okolo 20%.

Vzhledem k velkým rozměrům všech nosníků a nijak zvlášť velkých rozestupů mezi nimi, především co se týče druhé etáže, se přikláním víc k výsledkům z numerického řešení.

Pomocí MKP výpočtu bylo zjištěno nejkritičtější místo celé rámové konstrukce a tou byl podpěrný plech v oblasti hlavy vyobrazen na obrázku 4-10. Vzhledem k velkému rozdílu mezi tímto místem a zbytkem celé klece doporučuji vyztužení této části konstrukce.